Schriftliche Abiturprüfung – Leistungskurs – Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2014, wie sie vom Sächsischen Staatsministeriums für Kultus auf dem Sächsischen Schulserver (www.sachsen-macht-schule.de) veröffentlicht wurden.

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den graphikfähigen Taschenrechner (GTR – hier ClassPad330) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter www.sn.schule.de/~matheabi dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf.
- Die **offiziellen** Abituraufgaben werden nach Beendigung der Prüfungsphase auf dem Sächsischen Schulserver veröffentlicht.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: L. Wendrock (wendrock@googlemail.com) – Mathe-Lehrer.
  Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 11.07.17.
- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

Hinweise für den Teilnehmer

Teil A: Die Arbeitszeit beträgt 60 Minuten. Es sind 30 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Erlaubte Hilfsmittel sind Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung und Zeichengeräte.

Teil B: Die Arbeitszeit beträgt 240 Minuten. Es sind 90 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Erlaubte Hilfsmittel sind Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung, Zeichengeräte, grafikfähiger Taschenrechner (GTR) oder Taschenrechner mit Computer-Algebra-System CAS und Tabellen- und Formelsammlung.

Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
BE	115	109	103	97	91	85	79	73	67	61	55	49	41	33	25	0

Prüfungsinhalt

Aufgabe A

Tragen Sie die Antworten zur Aufgabe 1 auf dem vorliegenden Aufgabenblatt ein und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 2 bis 4 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Für jede reelle Zahl a ist eine Funktion f_a mit $f_a(x)=a\cdot\sqrt{x}$ $\quad (x\in D_{f_a})$ gegeben.

Die erste Ableitungsfunktion der Funktion f_a kann durch folgenden Term beschrieben werden:

☐	☐	☐	☐	☐
$\frac{\sqrt{x}}{2}$	$\frac{a}{2\cdot\sqrt{x}}$	$\frac{2\cdot a}{\sqrt{x}}$	$\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}$	$\frac{2\cdot a\cdot\sqrt{x^3}}{3}$

1.2 Der Wert des Integrals $\int_0^a (4-2\cdot x^2)\,dx$ $\quad (a\in\mathbb{R}, a>0)$ beträgt für jeden Wert a:

☐	☐	☐	☐	☐
$-4\cdot a$	$4-2\cdot a^2$	$4\cdot a-\frac{2}{3}\cdot a^3$	$\frac{2}{3}\cdot a^3-4\cdot a$	0

1.3 Für die Funktion f mit $f(x)=\frac{9-x^2}{x^2}$ $(x\in D_f)$ gilt:

- ▢ Die Funktion f besitzt keine Nullstelle.
- ▢ Die Funktion f besitzt die Nullstelle $x_N=0$.
- ▢ Die Funktion f besitzt die Nullstellen $x_{N_1}=-3,\ x_{N_2}=0$ und $x_{N_3}=3$.
- ▢ Die Funktion f besitzt die Nullstellen $x_{N_1}=-3$ und $x_{N_2}=3$ sowie die Polstelle $x_P=0$.
- ▢ Die Funktion f besitzt keine Polstelle.

1.4 Gegeben ist die Gerade g mit $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}3\\-1\\2\end{pmatrix}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Die Ebene mit folgender Gleichung verläuft parallel zur Geraden g:

- ▢ $x-2\cdot y=5$
- ▢ $x+y-z=2$
- ▢ $-3\cdot x+y-2\cdot z=3$
- ▢ $3\cdot x-y+2\cdot z=3$
- ▢ $x+y+z=12$

1.5 An einem Einzelwettbewerb nehmen 8 Personen teil. Es soll berechnet werden, wie viele Möglichkeiten es für die Belegung der Plätze 1, 2 und 3 gibt, wobei jeder dieser Plätze nur genau einmal vergeben wird.

Welcher Term gibt die Anzahl dieser Möglichkeiten an?

▢	▢	▢	▢	▢
8^3	$8\cdot 7\cdot 6$	$8\cdot 3$	8	6

Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 10

2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=e^x\cdot(2\cdot x+x^2)$ $(x\in\mathbb{R})$.

2.1 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

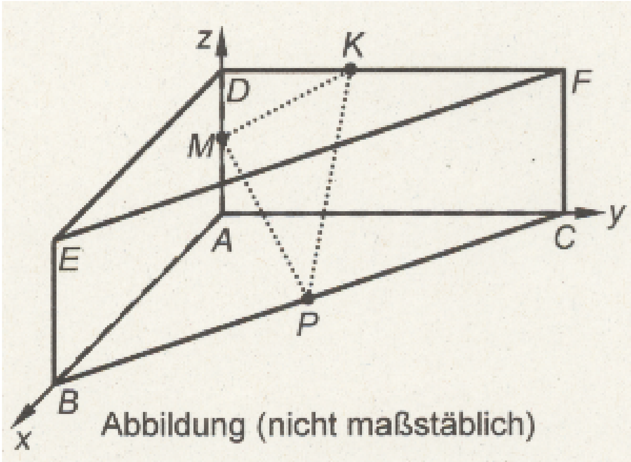
2.2 Zeigen Sie, dass die Funktion F mit

$F(x)=x^2\cdot e^x$ $(x\in\mathbb{R})$ eine Stammfunktion von f ist.

Geben Sie eine Gleichung einer weiteren Stammfunktion G von f an, für die $G(1)=2\cdot e$ gilt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

3 Die Abbildung zeigt ein gerades Prisma ABCDEF mit A(0/0/0), B(8/0/0), C(0/8/0) und D(0/0/4).



3.1 Bestimmen Sie den Abstand der Eckpunkte B und F.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

3.2 Die Punkte M und P sind die Mittelpunkte der Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{BC}$.

Der Punkt K(0/y_K/4) liegt auf der Kante $\overline{DF}$.

Bestimmen Sie y_K, so, dass das Dreieck KMP in M rechtwinklig ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

4 In Urne A befinden sich zwei rote und drei weiße Kugeln. Urne B enthält drei rote und zwei weiße Kugeln.

Betrachtet wird folgendes Zufallsexperiment:

Aus Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in Urne B gelegt; danach wird aus Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in Urne A gelegt.

4.1 Geben Sie alle Möglichkeiten für den Inhalt der Urne A nach der Durchführung des Zufallsexperiments an.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

4.2 Betrachtet wird das Ereignis E: Nach Durchführung des Zufallsexperiments befinden sich wieder drei weiße Kugeln in Urne A.

Untersuchen Sie, ob das Ereignis E eine größere Wahrscheinlichkeit als sein Gegenereignis hat.

Erreichbare BE-Anzahl. 03

5 Gegeben ist die Gerade g durch $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}-3\\6\\-4\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\3\end{pmatrix} \quad (x\in\mathbb{R})$.

5.1 Es existiert ein Wert für $a \quad (a\in\mathbb{R})$, für den sich die Geraden g und h, mit

$h_a:\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\3\\a\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}5\\-3\\1\end{pmatrix} \quad (s\in\mathbb{R})$ schneiden.

Bestimmen Sie diesen Wert für a.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

5.2 Eine Gerade k schneidet die Gerade g in einem Punkt S.

Ein Punkt R auf der Geraden g und ein Punkt T auf der Geraden k sollen mit dem Punkt S ein gleichschenkliges Dreieck mit vorgegebenem Flächeninhalt bilden.

Begründen Sie, dass die Längen der Dreiecksseiten nicht eindeutig festgelegt sind, wenn sich die Geraden g und k nicht rechtwinklig schneiden.

Erreichbare BE-.Anzahl: 02

Aufgabe B 1

In Deutschland befindet sich eine Erzlagerstätte, welche große Mengen an Kupfererz enthält. Seit mehreren Jahren werden Untersuchungen der Erzlagerstätte durchgeführt.

Im Folgenden wird ein vereinfachtes mathematisches Modell zur Bestimmung der Förderquote von Kupfererz betrachtet.

In den ersten 5 Jahren wird die Förderquote durch die Funktion f_a mit

$f_a(t)=a\cdot\left(-\frac{2}{125}\cdot t^3+\frac{3}{25}\cdot t^2\right)+1 \quad (t\in\mathbb{R}, 0\le t\le 5)$ beschrieben.

Dabei gilt:

t … Zeitpunkt nach Beginn der Förderung (in Jahren)

a … Parameter ($a\in\mathbb{R}, 1\le a\le 2$)

$f_a(t)$ … Förderquote zum Zeitpunkt t (in Millionen Tonnen pro Jahr)

1.1. Zunächst gilt a =1,6.

Ermitteln Sie die Förderquote, welche 2 Jahre nach Beginn der Förderung erreicht wird.

Bestimmen Sie, zu welchem Zeitpunkt die Förderquote den Wert 2 Millionen Tonnen pro Jahr erstmals übersteigt.

Die Förderquote steigt innerhalb der ersten 5 Jahre zu einem bestimmten Zeitpunkt am stärksten. Ermitteln Sie diesen Zeitpunkt.

Erreichbare BE-Anzahl: 10

1.2. Untersuchen Sie, ob der Parameter a die Förderquote zu den Zeitpunkten t =0 und t = 5 beeinflusst.

Zeigen Sie:

Der Zeitpunkt innerhalb der ersten 5 Jahre, zu dem die Förderquote am stärksten steigt, ist vom Parameter a unabhängig.

Erreichbare BE-Anzahl: 10

In den Jahren 5 bis 30 nach Beginn der Förderung wird die Förderquote durch die Funktion g mit $g(t)=0{,}2\cdot\cos(0{,}4\cdot\Pi\cdot t)+2{,}4 \quad (t\in\mathbb{R}, 5\leq t\leq 30)$ beschrieben.

Dabei gilt:

t … Zeitpunkt nach Beginn der Förderung (in Jahren)

g(t) … Förderquote zum Zeitpunkt t (in Millionen Tonnen pro Jahr)

1.3. Zeigen Sie, dass im Zeitraum $5\leq t\leq 30$ die höchste von der niedrigsten Förderquote um 400 000 Tonnen pro Jahr abweicht.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.4. Betrachtet wird der Zeitraum $0\leq t\leq 30$ und es gilt a=1,6.

Bestimmen Sie die gesamte Masse von Kupfererz in Millionen Tonnen, die im Zeitraum $0\leq t\leq 30$ gefördert wird.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

1.5. In den Jahren 30 bis 40 nach Beginn der Förderung soll die Förderquote durch eine ganzrationale Funktion h dritten Grades modelliert werden.

Dabei gilt:

t … Zeitpunkt nach Beginn der Förderung (in Jahren)

h(t) … Förderquote zum Zeitpunkt t (in Millionen Tonnen pro Jahr)

Die Funktion h soll folgende Eigenschaften besitzen:

(1) Zum Zeitpunkt t =30 gehen die Graphen der Funktionen g und h tangential ineinander über.

(2) Zum Zeitpunkt t =40 beträgt die Förderquote 0 und die Änderungsrate der Förderquote 0.

Bestimmen Sie eine Gleichung der Funktion h.

Erreichbare BE-Anzahl: 08

1.6. Geologiestudenten untersuchen während ihres Studiums Erze, welche die Minerale Chalkosin oder Bornit enthalten können. Erfahrungsgemäß wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % Chalkosin richtig erkannt. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 26 % wird genau eines dieser beiden Minerale richtig erkannt. Die richtige Bestimmung von Chalkosin und Bornit erfolgt dabei unabhängig voneinander.

Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit beide Minerale richtig erkannt werden.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

1.7. Geologen entnahmen einer Gesteinsschicht Bohrproben gleicher Masse. Sie ermittelten die Masse m reinen Kupfers, die sich in jeder dieser Bohrproben befand. Die Geologen stellten fest, dass m annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 30{,}0\,g$ und der Standardabweichung $\sigma = 7{,}5\,g$ ist.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Masse m an reinem Kupfer einer zufällig ausgewählten Bohrprobe im Intervall $25{,}0\,g \le m \le 35{,}0\,g$ liegt.

2% der untersuchten Bohrproben besaßen einen Kupfergehalt, der über einer bestimmten Masse m_1 lag.

Bestimmen Sie diese Masse m_1.

Erreichbare BE-Anzahl: 07

Aufgabe B 2

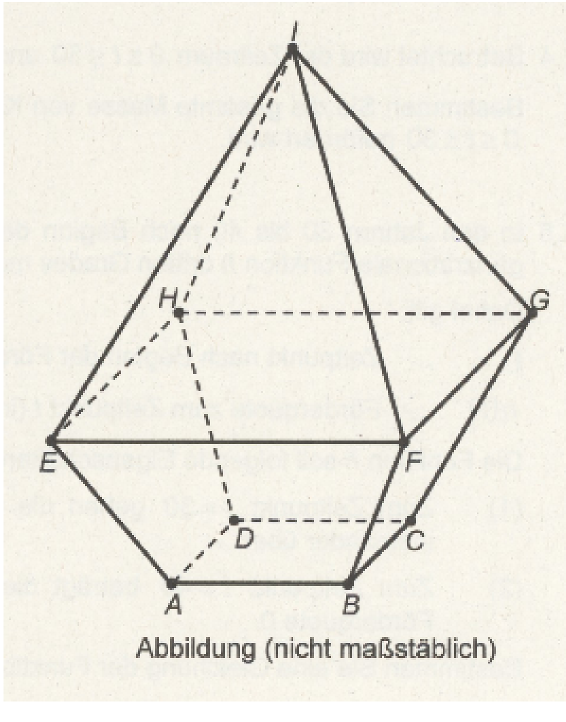


Abbildung (nicht maßstäblich)

In einem Baumarkt werden Lampen für den Außenbereich angeboten. Eine dieser Lampen kann annähernd durch den Lampenkörper ABCDEFGHI beschrieben werden, der sich aus einer geraden quadratischen Pyramide EFGHI und einem Teil einer weiteren geraden quadratischen Pyramide ABCDEFGH zusammensetzt (siehe Abbildung).

Der Lampenkörper kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Zentimeter) dargestellt werden.

Es gilt: $A(-5/5/-15)$, $B(-5/25/-15)$, $C(-25/25/-15)$, $E(0/0/0)$, $F(0/30/0)$, $G(-30/30/0)$.

Die Punkte A, B, C und D liegen in einer Ebene.

Die Gesamthöhe des Lampenkörpers beträgt 35 cm.

2.1. Geben Sie die Koordinaten des Punktes D an.

Begründen Sie, dass der Punkt I die Koordinaten $I(-15/15/20)$ besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

2.2. Untersuchen Sie, ob die Ebene, in der das Viereck BCGF liegt, parallel zu einer Koordinatenachse verläuft.

Weisen Sie nach, dass das Viereck BCGF ein gleichschenkliges Trapez ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 07

2.3. Auf der Strecke, die vom Punkt I und dem Mittelpunkt des Quadrates EFGH begrenzt wird, liegt ein Punkt K.

Dieser Punkt K hat von der Ebene, welche die Fläche FGI enthält, den Abstand 9 cm. Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes K.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

2.4. Die Fläche ABCD ist lichtundurchlässig. Alle anderen Seitenflächen des Lampenkörpers sind lichtdurchlässig. Im Mittelpunkt des Quadrates EFGH befindet sich eine punktförmige Lichtquelle.

Eine Ebene verläuft parallel und in einem Abstand von 60cm zur Fläche ABCD. Durch die Lichtquelle entsteht in dieser Ebene eine quadratische Schattenfläche der Fläche ABCD.

Bestimmen Sie den Inhalt dieser Schattenfläche.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

2.5. Der Hersteller der Lampen möchte das Aussehen des Lampenkörpers so verändern, dass sich das Volumen der geraden quadratischen Pyramide EFGHI zum Volumen des Körpers ABCDEFGH wie 2 : 3 verhält. Dies soll ausschließlich durch Veränderung der Höhe des Punktes I über der Fläche EFGH erreicht werden.

Ermitteln Sie, welche Höhe des Punktes l über der Fläche EFGH gewählt werden muss.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

Als Lichtquellen der Lampen werden Energiesparlampen genutzt.

Der Hersteller gibt an, dass bei der Produktion dieser Energiesparlampen zwei Fehler unabhängig voneinander auftreten können. Erfahrungsgemäß besitzt eine von 15 dieser Energiesparlampen einen fehlerhaften Glaskörper. Bei einer von 14 Energiesparlampen tritt erfahrungsgemäß eine fehlerhafte Beschichtung auf. Liegt mindestens einer der beiden Fehler vor, so wird die Energiesparlampe als Ausschuss deklariert.

2.6. Ermitteln Sie, wie viele Energiesparlampen der laufenden Produktion des Herstellers mindestens entnommen werden müssen, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % mindestens eine als Ausschuss deklarierte darunter befindet.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

2.7. Nach einer Produktionsumstellung behauptet der Hersteller, dass nur noch $\frac{1}{10}$ der produzierten Energiesparlampen als Ausschuss deklariert werden.

Diese Behauptung soll in einem Testverfahren überprüft werden.

Dabei soll die Nullhypothese „Der Anteil der als Ausschuss deklarierten Energiesparlampen beträgt $\frac{2}{15}$." gegen die Alternativhypothese „Der Anteil der als Ausschuss deklarierten Energiesparlampen beträgt $\frac{1}{10}$." getestet werden.

Dazu sollen der laufenden Produktion des Herstellers zufällig 100 Energiesparlampen entnommen und geprüft werden, wie viele davon als Ausschuss deklariert werden.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Nullhypothese angenommen wird, obwohl die Alternativhypothese zutrifft, soll höchstens 4 % betragen.

Bestimmen Sie den zugehörigen Annahmebereich der Nullhypothese.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Lösungsvorschläge

Teil A

1 pro richtig gesetztes Kreuz 2BE: Feld 2, Feld 3, Feld 4, Feld 2, Feld 2

2.1 entweder $e^x=0$ ==> nicht möglich

oder $\begin{matrix} 2\cdot x+x^2=0 \\ x(2+x)=0 \end{matrix}$ also $\begin{matrix} x_1=0 \\ x_2=-2 \end{matrix}$

2.2 $F'(x)=2\text{x}\cdot e^x+x^2\cdot e^x=e^x(2\text{x}+x^2)$ (abgeleitet nach der Produktregel)

$\begin{matrix} G(x)=x^2\cdot e^x+c \\ G(1)=2\cdot e=1^2\cdot e^1+c \end{matrix}$ ergibt c=e also $G(x)=x^2\cdot e^x+e$

3.1 $F(0/8/4)$

$\sqrt{(8-0)^2+(0-8)^2+(0-4)^2}=12$

3.2 Skalarprodukt: $\vec{M}P\circ\vec{M}K=0$

$\left\langle\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}\middle|\begin{pmatrix} 0 \\ y_k \\ 2 \end{pmatrix}\right\rangle=4\cdot 0+4\cdot y_k+(-2)\cdot 2=4\cdot y_k-4=0$ also $y_k=1$

4.

4.1 Die Möglichkeiten sind: (rrrww), (rrwww), (rwwww)

4.2 Wenn wieder drei weiße in Urne 1 sein sollen, dann muss entweder zweimal weiß gezogen werden ($\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{6}=\frac{3}{10}$) oder zweimal rot ($\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{6}=\frac{4}{15}$). Die Summe ergibt dann $\frac{3}{10}+\frac{4}{15}=\frac{17}{30}$. Das Gegenereignis hat dann also $\frac{13}{30}$ und ist somit unwahrscheinlicher.

5.

5.1 $\begin{pmatrix}-3\\6\\-4\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\3\\a\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}5\\-3\\1\end{pmatrix}$ ergibt als einzige Lösung für a den Wert 7

5.2 Die Wahl, welche Dreiecksseiten die gleichlangen Schenkel bilden, ist nicht eindeutig.

Teil B1

1.1 $f_{1,6}(2)=1{,}6\cdot\left(-\frac{2}{125}\cdot2^3+\frac{3}{25}\cdot2^2\right)+1\approx1{,}56$ Mio Tonnen pro Jahr

$solve(f_{1,6}(x)=2)$ ergibt $x\approx2{,}9$ Jahre

Der Wendepunkt kann grafisch ermittelt werden. Er liegt bei 2,5 Jahren

1.2 $f_a(0)=a\cdot\left(-\frac{2}{125}\cdot0^3+\frac{3}{25}\cdot0^2\right)+1=1$ Der Parameter hat keinen Einfluss.

$f_a(5)=a\cdot\left(-\frac{2}{125}\cdot5^3+\frac{3}{25}\cdot5^2\right)+1=a+1$ Der Parameter hat einen Einfluss.

Wendepunkt

$f'_a(x)=\frac{-a(6\cdot x^2-20\cdot x)}{125}$

$f''_a(x)=\frac{-a\cdot(12\text{x}-30)}{125}$

ergibt als Wendestelle $x=\frac{5}{2}$ also unabhängig von a

1.3 Das Maximum und das Minimum ermitteln:

```
Maximum sind 2,6
Minimum sind 2,2 Mio Tonnen
```

1.4 $\int_0^5 f_{1,6}(t)\,dt+\int_5^{30} g(t)\,dt=69$ Mio Tonnen

1.5 $h(t)=y=at^3+bt^2+ct+d$
$h'(t)=3at^2+2bt+c$ mit folgendem Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lll} I & g'(30) & =h'(30) \\ II & g(30) & =h(30) \\ III & h(40) & =0 \\ IV & h'(40) & =0 \end{array}$$

Lösen mit dem Taschenrechner ergibt $h(t)=0{,}0052\,t^3-0{,}546\,t^2+18{,}72\,t-208$

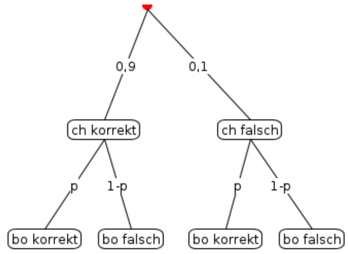
1.6 Baumdiagramm

$0{,}26=0{,}9\cdot(1-p)+0{,}1\cdot p$

$p=0{,}8$

beide korrekt

$0{,}9\cdot 0{,}8=0{,}72$



1.7 Taschenrechner:
$normCDf(25{,}35, 7.5, 30)\approx 0{,}4950$

Durch Probieren $normCDf(-1000{,}46, 7.5, 30)$ verschiedener Werte bekommt man einen Wert zwischen 45 und 46.

Anmerkung: Man kann auch exakt rechnen: Mit »InvNorm« den Wert des Arguments der standardisierten Groß-Phi-Funktion zum Funktionswert 0,98 ermitteln (sigma = 1 und my = 0 setzen): ergibt 2,05375.

Dann die Gleichung $\frac{(m1-30)}{7{,}5}=2{,}05375$ nach m1 umstellen: $m1\approx 45{,}403$.

Teil B2

2.

2.1 $D(-25/5/-15)$

I ist über dem Mittelpunkt von $\vec{AC}$ also über $M(-15/15/-15)$

Daraus leiten sich der x- und der y-Wert ab.

Der z-Wert ergibt sich aus der Gesamthöhe minus der 15 cm, die A und C unter der x-y-Ebene liegen.

2.2 $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\25\\-15\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-20\\0\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}5\\5\\15\end{pmatrix}$

ergibt keine Lösung, also ist die Ebene parallel zur x-Achse.

gleichschenkliges Trapez, wenn $\vec{BC}=a\cdot\vec{FG}$ und $|\overline{BF}|=|\overline{CG}|$

$\begin{pmatrix}-20\\0\\0\end{pmatrix}=a\cdot\begin{pmatrix}-30\\0\\0\end{pmatrix}$ also $a=\frac{2}{3}$ also parallel

$\left|\begin{pmatrix}5\\5\\15\end{pmatrix}\right|=\sqrt{25+25+225}=\left|\begin{pmatrix}-5\\5\\15\end{pmatrix}\right|$ also gleich lang

2.3 Normalform für die Ebene durch FGI mit dem Taschenrechner ergibt:

$4y+3z=120$

Das ergibt die Hessesche Normalenform $\frac{4}{5}y+\frac{3}{5}z=24$

der x-Wert des Punktes muss -15 sein, da über M

der y-Wert des Punktes muss 15 sein, da über M

Einsetzen in die Hessesche Normalenform ergibt $\frac{4}{5}\cdot 15+\frac{3}{5}z=9$

und damit z=5

2.4 Wenn das Licht in der Ebene EFGH liegt und ABCD einen Schatten machen soll, ist die Ebene unterhalb der Fläche ABCD bei z=-75.

Erstelle eine Geradengleichung von der Lichtquelle durch den Punkt A

$\vec{x}=\begin{pmatrix}-15\\15\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}10\\-10\\-15\end{pmatrix}$ mit z=-75 ergibt sich t=5 und damit $A'(35,-35,-75)$

Geradengleichung von der Lichtquelle durch den Punkt B

$\vec{x}=\begin{pmatrix}-15\\15\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}10\\10\\-15\end{pmatrix}$ mit z=-75 ergibt sich t=5 und damit $B'(35,65,-75)$

Da ein Quadrat entsteht, reicht es die Länge von $\overline{A'B'}$ auszurechnen.

$|\overline{A'B'}|=\sqrt{0^2+100^2+0^2}=100$ und damit einer Fläche von $100^2=10000$

2.5 Volumen von ABCDEFGH ist über die Formel $V=\frac{1}{3}h\left(a_1^2+a_1a_2+a_2^2\right)$ zu berechnen.

$V_1=\frac{1}{3}15\left(20^2+20\cdot 30+30^2\right)=9500$

Damit soll das Volumen der Pyramide $V_2=6333,\overline{3}$ sein.

$V_2=\frac{1}{3}a^2\cdot h=\frac{1}{3}30^2\cdot h=6333,\overline{3}$ ergibt h=21,111

2.6 Wahrscheinlichkeit, das eine Lampe kein Ausschuss ist beträgt
$p=\left(\frac{14}{15}*\frac{13}{14}\right)=0,8\overline{6}$

binomialverteilt ==> $1-0,86666^n>0,99$ daraus ergibt sich $n>32,1796$

also 33 zu entnehmenden Lampen

2.7 der gesuchte Bereich geht von 0 bis k

$1-B_{100/0,1}(X<k)=0,04$

mit dem Taschenrechner für k verschiedene Werte einsetzen ergibt schnell, dass k zwischen 15 und 16 liegt.

Also muss der gesuchte Bereich {16 ... 100} sein.