

verwendeter GTR: **Casio CFX-9850G**

Teil A Analysis

gegeben $y = f(x) = e^x \cdot (2 - 0,5x) \quad (x \in \mathbb{R})$

a) - Angabe Nullstellen $f(x_N) = 0$

GTR: $x_N = 4$

Berechnung der NST mit GTR

- Eingabe der Fkt f auf Position Y1 im GRAPH-Menü
- Anzeigen des Fktsgraphen durch drücken der EXE-Taste oder der F6-Taste (Draw)
- F5-Taste (G-Solve)
- F1-Taste (Root), die angezeigte Lösung ist die NST von f

- Angabe Schnittpkt mit y-Achse $S_y(0; y_N = f(0))$

GTR: $S_y(0;2)$

Berechnung des S-Pkt des Graphen mit der y-Achse mit GTR

- Fkt f befindet sich auf Position Y1
- Wechsel in das GRAPH-Menü
- Anzeigen des Fktsgraphen durch drücken der EXE-Taste oder der F6-Taste (Draw)
- F5-Taste (G-Solve)
- F4-Taste (Y-ICPT), die angezeigte Lösung (x und y) sind die Koordinaten des ges. Pkt

- Berechnung Extrempkte mit GTR

GTR: $H(3;10)$

Berechnung des Extrempkts mit dem GTR

- Fkt f befindet sich auf Position Y1
- Wechsel in das GRAPH-Menü
- Anzeigen des Fktsgraphen durch drücken der EXE-Taste oder der F6-Taste (Draw)
- F5-Taste (G-Solve)
- F2-Taste (MAX), die angezeigte Lösung (x und y) sind die Koordinaten des ges. Pkt

- rechnerischer Nachweis des Wendepkts und Angabe der Koordinaten

A mögliche Wendestellen $f''(x_W) = 0$

$$f'(x) = e^x \cdot (2 - 0,5x) + e^x \cdot (-0,5) = e^x(1,5 - 0,5x)$$

$$f''(x) = e^x \cdot (1,5 - 0,5x) + e^x \cdot (-0,5) = e^x(1 - 0,5x)$$

$$0 = e^{x_W}(1 - 0,5x_W) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = e^{x_W} \text{ keine Lösung} \\ 0 = 1 - 0,5x_W \Leftrightarrow x_W = 2 \end{cases}$$

B Nachweis der Existenz $f'''(x_W) \neq 0$

$$f'''(x) = e^x(1 - 0,5x) + e^x(-0,5) = e^x(0,5 - 0,5x)$$

$$f'''(x_W) = e^2(0,5 - 0,5 \cdot 2) = -0,5e^2 \neq 0$$

Aus A und B folgt, dass f genau einen Wendepkt besitzt und dessen x-Koordinate 2 ist.

Die Koordinaten des WP lauten: GTR $W(2;7,39)$

Berechnung der y-Koordinate des WP mit dem GTR

- Fkt f befindet sich auf Position Y1
- Wechsel in das TABLE-Menü
- Anzeigen der Wertetabelle durch drücken der EXE-Taste oder der F6-Taste (Draw)
- Eingabe der x-Koordinate (2) und drücken der EXE-Taste
- in Zeile 1 / Spalte 2 (Y1) wird der gesuchte Wert angezeigt

b) gegeben ist $y = F(x) = e^x(2,5 - 0,5x) \quad (x \in \mathbb{R})$

- Nachweis, dass F Stammfkt von f ist F Stammfkt von f $\Leftrightarrow F'(x) = f(x)$

$$F'(x) = e^x(2,5 - 0,5x) + e^x(-0,5) = e^x(2 - 0,5x) = f(x)$$

- Ermittlung derjenigen Stammfkt $F_c(x) = F(x) + c$ für die gilt: $S_y \in F_c : F_c(0) = 2$

$$2 = e^0(2,5 - 0,5 \cdot 0) + c = 2,5 + c \Leftrightarrow c = -0,5$$

$$F_{-0,5}(x) = F(x) - 0,5 \text{ ist die gesuchte Fkt}$$

c) Ermittlung der Gleichung der Tangente am Graphen von f im Berührungspkt $R(0; f(0) = 2)$

GTR: $x_B = 0; f(x_B) = 0; f'(x_B) = m_t = 1,5$

Berechnung mit dem GTR

- Fkt f befindet sich auf Position Y1
- Wechsel in das TABLE-Menü
- Anzeigen der Wertetabelle durch drücken der EXE-Taste oder der F6-Taste (Draw)

Lösungen schriftliches Abitur Sachsen
Mathematik Grundkurs 2001

- Eingabe der x-Koordinate (0 und drücken der EXE-Taste
- in Zeile 1 / Spalte 2 (Y1) wird die y-Koordinate des Berührungspkts angezeigt
- in Zeile 1 / Spalte 3 (Y'1) wird der Tangentenanstieg angezeigt

Tangentenl in Pkt-Richtungs-Form: $t: y - 2 = 1,5(x - 0)$

Tangentenl in expliziter Form: $y = 1,5x + 2$

Berechnung der durch t und f vollständig begrenzten Fläche

$$A = \int_{x_{S1}^{GTR} = 0}^{x_{S2}^{GTR} = 3,59} (f(x) - t(x)) dx \stackrel{GTR}{=} 6,20FE$$

- Lösung mit dem GTR
- Fkt f befindet sich auf Y1
 - Fkt t befindet sich auf Y2
1. Berechnung der 1. Schnittstelle im RUN-Menü und Speicherung auf Variable A
 $Solve(Y1 - Y2, -1 \rightarrow A)$
Wichtig: Y nicht als Drittbel. der Minus-Taste sondern mit VARS-F4 (GRPH)-F1 (Y) !!!
SOLVE: OPTN-F4 (CALC)-F1
 2. Berechnung der 2. Schnittstelle im RUN-Menü und Speicherung auf Variable B
 $Solve(Y1 - Y2, 5 \rightarrow B)$
 3. Berechnung der Fläche
 $Abs(\int(Y1 - Y2, A, B))$
Abs: OPTN-F6 (weiter)-F4 (NUM)- F1
 \int : OPTN-F4 (CALC)-F4

d) Extremwertproblem

Extremgröße: Flächeninhalt eines Dreiecks $A_D = \frac{1}{2}gh_g$

Nebenbedingungen:

$$g = |\overline{AB}| = x_B - x_A = 4 - (-1) = 5$$

$$h_g = f(u) = e^u(2 - 0,5u) \quad (u \in \mathbb{R}, 0 < u < 4)$$

Zielfkt: $A_D(u) = \frac{5}{2}e^u(2 - 0,5u) \quad (u \in \mathbb{R}, 0 < u < 4)$

Berechnung der lokalen Extrempkte der Zielfkt mit GTR $H(3;25,1)$

- Berechnung des Extrempkts mit dem GTR
- Fkt f befindet sich auf Position Y3
 - Wechsel in das GRAPH-Menü
 - Anzeigen des Fktsgraphen durch drücken der EXE-Taste oder der F6-Taste (Draw)
 - F5-Taste (G-Solve)
 - F2-Taste (MAX), die angezeigte Lösung (x und y) sind die Koordinaten des ges. Pkt

Für den Punkt $C_u(3;10)$ hat das dazugehörige Dreieck ΔABC_u den größtmöglichen Flächeninhalt. er beträgt 25,1FE.

e) Bestimmung des Radius desjenigen Kreises, der die Gerade $y = 1,5x + 2$ im Pkt $R(0;2)$ berührt und den Mittelpkt $M(x_M > 0;0)$ hat

es gilt: $r = |\overline{MR}|$

x-Koordinate des Mittelpkt ist NSt. der Senkrechten s zu g durch R
Aufstellung der Gl. von s und Berechnung der NSt.

$$x_B = 0; y_B = 2; m_s = -\frac{1}{m_t} = -\frac{2}{3} \quad s: y - 2 = -\frac{2}{3}(x - 0) \quad NSt: x_{Ns} = \frac{-2}{-\frac{2}{3}} = 3$$

Berechnung des Radius

$$r = \sqrt{(x_M - x_R)^2 + (y_M - y_R)^2} = \sqrt{(3 - 0)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

Teil B Geometrie / Algebra

geg.: Punkte $A(2;1;0)$; $B(10;-1;0)$; $C(11;3;0)$

a) - Nachweis, dass ΔABC rechtwinklig aber nicht gleichschenkelig ist

Berechnung der Längen der Dreieckseiten

$$\overrightarrow{AB} = \vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} : |\overrightarrow{AB}| = c = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68} ; \overrightarrow{BC} = \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} : |\overrightarrow{BC}| = a = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

$$\overrightarrow{CA} = \vec{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} : |\overrightarrow{CA}| = b = \sqrt{81 + 4} = \sqrt{85}$$

Da alle 3 Seiten unterschiedliche Länge haben ist das Dreieck nicht gleichschenkelig.
Falls das Dreieck rechtwinklig ist, muss der rechte Winkel der Seite c gegenüberliegen, d.h. falls das Skalarprodukt der Seitenvektoren $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ 0 ergibt, ist das Dreieck rechtwinklig.

$$\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = 8 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 0 \cdot 0 = 8 - 8 = 0$$

- Berechnung des Flächeninhaltes des Dreiecks

$$A_D = \frac{1}{2} g h_g = \frac{1}{2} c \cdot a = \frac{1}{2} \sqrt{68} \cdot \sqrt{17} = 17$$

- Ermittlung der Gleichung des Umkreises des Dreiecks

Da das Dreieck rechtwinklig ist, ist der Umkreis des Dreiecks der THALES-Kreis, d.h. Mittelpunkt des Kreises ist die Mitte der Hypotenuse:

$$M_{AC} \left(\frac{2+11}{2}; \frac{1+3}{2} \right) = (6,5; 2)$$

Radius des Kreises ist die Hälfte der Hypotenuse:

$$r = |\overrightarrow{MA}| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{85} = \sqrt{\frac{85}{4}} = \sqrt{21,25}$$

Gleichung des Kreises: $k : (x - 6,5)^2 + (y - 2)^2 = 21,25$

- b)** Es gibt genau 2 derartige Punkte weil:

- Das Dreieck soll gleichschenkelig sein, d.h. der Punkt P_i liegt auf der Mittelsenkrechten von \overline{AC}
- Das Dreieck soll rechtwinklig sein, d.h. der Punkt P_i liegt auf dem THALES-Kreis der Strecke \overline{AC}
- Die Schnittmenge dieser beiden Punktmenge enthält genau 2 Punkte.

Es sei \vec{s} derjenige senkrechte Vektor zur Strecke \overline{AC} , der die gleiche Länge \overline{AC} hat.

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{s} = \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Damit können die Punkte wie folgt berechnet werden

$$\overrightarrow{OP_1} = \overrightarrow{OM_{AC}} + \frac{1}{2} \vec{s} \text{ und } \overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OM_{AC}} - \frac{1}{2} \vec{s}$$

Berechnung von P_1 $\overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} 6,5 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5,5 \\ 6,5 \end{pmatrix} \quad P_1(5,5; 6,5)$

- c)** gesucht ist der Punkt D, der das Dreieck zum Drachenviereck ergänzt

D liegt auf THALES-Kreis und auf dem Kreis k_A um A mit dem Radius \overline{AB}

Gleichung von k_A : $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 68$

Berechnung der Schnittpunkte von k, k_A

Lösungen schriftliches Abitur Sachsen
Mathematik Grundkurs 2001

$$k \quad x^2 - 13x + 42,25 + y^2 - 4y + 4 = 21,25$$

$$x^2 - 13x + y^2 - 4y + 25 = 0$$

$$k_A \quad x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 68$$

$$x^2 - 4x + y^2 - 2y - 63 = 0$$

$$k - k_A \quad -9x - 2y + 88 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{9}{2}x + 44$$

Einsetzen in k_A $x^2 - 4x + \left(-\frac{9}{2}x + 44\right)^2 - 2\left(-\frac{9}{2}x + 44\right) - 63 = 0$

Lösung mit GTR $x_1 = 8,4 \quad x_2 = 10$

$y_1 = 6,2 \quad y_2 = -1$

Der Punkt D hat die Koordinaten $D(8,4;6,2)$

d) Berechnung des Volumens des Pyramidenstumpfes

Da die schneidende Ebene parallel zur x-y-Ebene durch den Mittelpkt der Strecke \overline{AS} verläuft und die Grundfläche in der x-y-Ebene liegt, teilt die Ebene die Pyramide in halber Höhe.

$$(1) \quad h_S = h_R = \frac{1}{2}h$$

Nach Strahlensatz gilt dann für eine beliebige Seite x der Grundfläche und der entsprechenden Seite in der Restpyramide:

$$\frac{x_R}{x} = \frac{h_R}{h} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_R = \frac{1}{2}x$$

Damit gilt für den Flächeninhalt der Grundfläche der Restpyramide:

$$(2) \quad A_{GR} = \frac{1}{2}a_R b_R = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}a\right) \left(\frac{1}{2}b\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}ab\right) = \frac{1}{4}A_G$$

Aus (1) und (2) folgt für das Volumen des Pyramidenstumpfes:

$$V_S = V_P - V_R = \frac{1}{3}A_G h - \frac{1}{3}A_{GR} h_R = \frac{1}{3} \left(A_G h - \frac{1}{4}A_G \frac{1}{2}h \right) = \frac{1}{3}A_G \left(1 - \frac{1}{8} \right) = \frac{7}{8}V_P$$

Volumen des Pyramidenstumpfes $V_S = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{3}A_G \cdot h = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{3}A_D \cdot z_S = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{3}17 \cdot 8 = \frac{119}{3}VE$

Teil C Stochastik

a) ZEA: Dreimaliges Ziehen aus der Lostrommel mit zurücklegen

$$P(E_1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216} \approx 0,0046$$

$$P(E_2) = \frac{6}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 0,0278$$

b) ZEB Dreimaliges Ziehen aus der Lostrommel ohne zurücklegen

$$P(E_1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{120} \approx 0,0083$$

$$P(E_2) = \frac{6}{6} \cdot \frac{0}{5} \cdot \frac{0}{4} = 0$$

c) ZEC: Ziehung einer Kugel aus der Lostrommel und Feststellung ob es ein **A** ist
BERNOULLI-Experiment mit den Ereignissen

a ... ein A gezogen $P(a) = \frac{1}{6}$

\bar{a} ... kein A gezogen $P(\bar{a}) = \frac{5}{6}$

ZEC18 18malige Nacheinanderausführung von ZEC (mit zurücklegen)

Die Zufallsgröße X gebe die Anzahl der gezogenen A in einer solchen Stichprobe an. ZEC18 ist eine Kette von unabhängigen BERNOULLI-Experimenten. Damit ist X eine binomialverteilte Zufallsgröße mit den Parametern

Kettenlänge (Durchführungszahl): $n = 18$

Erfolgswahrscheinlichkeit: $p = P(a) = \frac{1}{6}$

- Berechnung der Wahrscheinlichkeit des Ereignisses C1
C1: es werden **mindestens** so viele A gezogen, wie zu erwarten sind

$$P(C1) = P(X \geq \mu) \stackrel{\mu=n \cdot p=3}{=} \stackrel{GTR}{=} P(3 \leq X \leq 18) = 0,5973$$

Berechnung mit dem GTR	Verwendung des Programmes BV
- Durchführungszahl:	18
- Erfolgswahrscheinlichkeit:	1/6
- minimale Erfolge:	3
- maximale Erfolge:	18

- d) Berechnung der Wahrscheinlichkeit des Ereignisses D, dass zunächst 4 A und danach 14 von A verschiedene Buchstaben gezogen werden

$$P(D) = \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{14} = 6 \cdot 10^{-5}$$

Das Ereignis D ist eines von N Ereignissen, die bewirken, dass die Zufallsgröße X den Wert 4 annimmt. Somit kann man die Wahrscheinlichkeit von E_3 berechnen, indem man die Wahrscheinlichkeit von D mit der Anzahl der Möglichkeiten 4 Plätze aus 18 möglichen zu wählen multipliziert.

$$P(E_3) = N \cdot P(D) = \binom{18}{4} \cdot P(D) \stackrel{GTR}{=} 0,1839$$

- e) Diese Aussage ist falsch. Die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses (**genau 18 A** werden gezogen) ist allerdings so niedrig, dass sie vom GTR durch Rundung unterschlagen wird.

Teil D1 Wahlaufgabe Analysis

geg. $y = f_t(x) = \frac{x-4}{x} - 2x + t = -2x + 1 + t - 4x^{-1} \quad (t \in \mathbb{R}; x \in D_f)$

a) - Nachweis, dass $y = f_8(x) = \frac{x-4}{x} - 2x + 8 = \frac{-2x^2 + 9x - 4}{x}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{-2x^2 + 9x - 4}{x} &= -\frac{2x^2}{x} + \frac{9x}{x} - \frac{4}{x} = -2x + 9 - \frac{4}{x} & (1) \\ \frac{x-4}{x} - 2x + 8 &= \frac{x}{x} - \frac{4}{x} - 2x + 8 = -2x + 9 - \frac{4}{x} & (2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Behauptung}$$

- Untersuchung der Funktion $y = f_8(x) = -2x + 9 - 4x^{-1} \quad (t \in \mathbb{R}; x \in D_f)$
Definitionsbereich

Einschränkungen durch enthaltene elementare Fktn: $s_3(x) = -\frac{4}{x} \Leftrightarrow x \neq 0$

Einschränkungen durch Zusammensetzungsarten: keine
 $D_{f_8} : x \in \mathbb{R}, x \neq 0$

lokale Extrema und deren Art

1. lokales Minimum: $T(-1,41; 14,66)$

2. lokales Maximum: $H(1,41; 3,34)$

- b) - Berechnung der Stammfkt von $y = f_8(x) = -2x + 9 - 4x^{-1} \quad (t \in \mathbb{R}; x \in D_f)$

$$F_8(x) = -2 \cdot \frac{1}{2} x^2 + 9 \cdot \frac{1}{1} x^1 - 4 \ln x + c = -x^2 + 9x - 4 \ln x + c$$

- Berechnung derjenigen Fkt für die gilt: $F_8(1) = 0$

$$F_8(1) = -1^2 + 9 - 4 \ln \underbrace{1}_=0 + c = 8 + c = 0 \Leftrightarrow c = -8$$

- c) - Nachweis, dass f'_t unabhängig von t ist

$$f'_t = -2 - 4 \cdot (-1 \cdot x^{-2}) = -2 + 4x^{-2} = -2 + \frac{4}{x^2}$$

Da die erste Ableitung der Funktionen von t unabhängig ist, haben alle Funktionen gemeinsame Extremstellen. Die Extrempunkte unterscheiden sich nur durch ihre y-Koordinaten.

- Berechnung der lokalen Extrempunkte

A) Berechnung der Extremstellen $f'_t(x_E) = 0$

$$0 = -2 + \frac{4}{x_E^2} \Leftrightarrow x_E^2 = 2 \Leftrightarrow x_{E1} = -\sqrt{2}; x_{E2} = \sqrt{2}$$

B) Nachweis und Art der Extrema

$$f''_t(x) = 4(-2x^{-3}) = -\frac{8}{x^3}$$

$$f''_t(x_{E1}) = f''_t(-\sqrt{2}) = -\frac{8}{-\sqrt{2} \cdot 2} > 0 \Rightarrow \text{lok. Minimum}$$

$$f''_t(x_{E2}) = f''_t(\sqrt{2}) = -\frac{8}{\sqrt{2} \cdot 2} < 0 \Rightarrow \text{lok. Maximum}$$

C) Berechnung der y-Koordinate des Hochpunktes

$$f(\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 1 + t - \frac{4}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2} + 1 + t - 2\sqrt{2} = 1 + t - 4\sqrt{2}$$

lokales Maximum: $H(\sqrt{2}; 1 + t - 4\sqrt{2})$

d) Aufstellung der Gleichung für die Funktion $g(x) = x^2 + px + q$

$$(1) g(x_1 = 0,5) = f_8(0,5) = -1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}p + q$$

$$(2) g(x_2 = 4) = f_8(4) = -1 = 16 + 4p + q$$

$$(1)' -\frac{5}{4} = \frac{1}{2}p + q$$

$$(2)' -17 = 4p + q$$

Lösung des Gleichungssystems mit GTR:

$$p = -4,5; q = 1$$

Teil D2 Wahlaufgabe Geometrie / Algebra

gegeben: Pkte $A(0;0;1)$, $B(4;3;9)$, $C(0;0;9)$

eine Einheit im Koordinatensystem entspricht 1 cm

Bei Rotation des Dreiecks um z-Achse entsteht ein gerader Kreiskegel

a) - Begründung, dass ABC rechtwinklig ist

Berechnung der Innenwinkel mit GTR ergibt:

$$\angle(ACB) = 90^\circ \Rightarrow \text{Dreieck ist rechtwinklig}$$

- Berechnung des Kegelvolumens

$$V_K = \frac{1}{3} A_G \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h \quad r = |\overline{CB}|^{GTR} = 5; h = |\overline{AC}| = 8$$

$$V_K = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 8 = 209,44 \text{ cm}^3$$

b) Vorüberlegungen

Die Schnittfläche des Kegels mit der y-z-Ebene ist ein Dreieck. Ein Eckpunkt dieses Dreiecks ist der Punkt A.

Die Gerade s_1 durch A und P enthält eine Seite des Dreiecks.

Die Gerade s_2 verläuft ebenfalls durch A und den Punkt $P'(0; -2,5; 5)$ der durch Spiegelung von P an der z-Achse entsteht. Sie bildet die 2. Seite des Dreiecks.

Die dritte Seite wird durch die Gerade s_3 erzeugt, die parallel zur y-Achse durch den Punkt C verläuft.

Die minimale Strecke ist gleich dem Abstand dieses Punktes P von einer der beiden Geraden s_2 oder s_3 .

- Aufstellung der Gleichung von s_2

$$s_2: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{AP'} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -2,5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- Berechnung des Abstandes von P zu s_2 mit GTR: $a_2 = 4,24$

- Aufstellung der Gleichung von s_3

$$s_3 : \vec{x} = \overrightarrow{OC} + s\vec{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Berechnung des Abstandes von P zu s_3 mit GTR: $a_3 = 4$

Die minimale Strecke beträgt 4cm.

c) - Vektorgleichung für die Mantelfläche des Zylinders

Die Mantelfläche wird durch ein Geradenbündel beschrieben. Alle diese Geraden verlaufen durch den Punkt A. Die Richtungsvektoren werden aus dem Vektor zwischen dem Punkt A und einem beliebigen Punkt auf dem Grundkreis gebildet.

Pkt. auf dem Grundkreis $K(x; y; z): x^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow y = \sqrt{25 - x^2}; z = 9 \Rightarrow K_x(x; \sqrt{25 - x^2}; 9)$

$$\text{Gl. d. Mantelfläche: } M : \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \overrightarrow{AK_x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} x-0 \\ \sqrt{25-x^2}-0 \\ 9-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} x \\ \sqrt{25-x^2} \\ 8 \end{pmatrix} \quad 0 \leq r \leq 1$$

Nachweis, dass Q in M liegt:

$$(1) \frac{9}{8} = 0 + rx$$

$$(2) \frac{3}{2} = 0 + r\sqrt{25 - x^2}$$

$$(3) 4 = 1 + 8r \Rightarrow r = \frac{3}{8} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \left(\frac{9}{8} = \frac{3}{8}x \Leftrightarrow x = 3 \right) \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \frac{3}{8}\sqrt{25-9} = \frac{3}{8}\sqrt{16} = \frac{3}{8} \cdot 4 = \frac{3}{2}$$

Der Punkt erfüllt die Vektorgleichung, also liegt er auf der Mantelfläche.