

Schriftliche Abiturprüfung - Leistungskurs - Mathematik - Nachtermin

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	1
Hinweise für den Teilnehmer.....	2
Bewertungsmaßstab.....	2
Prüfungsinhalt.....	2
Aufgabe A.....	2
Aufgabe B 1.....	5
Aufgabe B 2.....	7
Lösungsvorschläge.....	9
Teil A.....	9
Teil B1.....	10
Teil B2.....	11

Vorwort

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2015 (Nachtermin), wie sie vom Sächsischen Staatsministeriums für Kultus auf dem Sächsischen Schulserver (www.sachsen-macht-schule.de) veröffentlicht wurden.

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den grafikfähigen Taschenrechner (GTR – hier ClassPad330) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter www.sn.schule.de/~matheabi dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf.
- Die **offiziellen** Abituraufgaben werden nach Beendigung der Prüfungsphase auf dem **Sächsischen Schulserver** veröffentlicht.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: **L. Wendrock** (wendrock@googlemail.com) – Mathe-Lehrer.
Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 11.07.17.
- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

Hinweise für den Teilnehmer

Teil A: Die Arbeitszeit beträgt 60 Minuten. Es sind 30 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Erlaubte Hilfsmittel sind Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung und Zeichengeräte.

Teil B: Die Arbeitszeit beträgt 240 Minuten. Es sind 90 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Erlaubte Hilfsmittel sind Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung, Zeichengeräte, grafikfähiger Taschenrechner (GTR) oder Taschenrechner mit Computer-Algebra-System CAS und Tabellen- und Formelsammlung.

Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
BE	115	109	103	97	91	85	79	73	67	61	55	49	41	33	25	0

Prüfungsinhalt

Aufgabe A

Tragen Sie die Antworten zur Aufgabe 1 auf dem vorliegenden Aufgabenblatt ein und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 2 bis 5 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Für jeden Wert von a ($a \in \mathbb{R}; a \neq 0$) ist die Funktion f_a mit $f_a(x) = a \cdot x^2$ ($x \in \mathbb{R}$) gegeben.

Welchen Anstieg besitzt die Senkrechte zur Tangente an den Graphen der Funktion f_a im Punkt $P_a(1|f_a(1))$?

- | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $\frac{2}{a}$ | $-2 \cdot a$ | $\frac{1}{2 \cdot a}$ | $-\frac{1}{2 \cdot a}$ | $-\frac{2}{a}$ |

1.2 Für jeden Wert von k ($k \in \mathbb{R}; k > 0$) ist die Funktion h_k mit $h_k(x) = k \cdot e^{k \cdot x}$ ($x \in D_{h_k}$) gegeben.

Für das Integral $I = \int_0^1 h_k(x) dx$ gilt:

- | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $I = e - 1$ | $I = e^k + 1$ | $I = e^k - 1$ | $I = k \cdot e^k - 1$ | $I = e^k + k$ |

1.3 Für jeden Wert von a ($a \in \mathbb{R}; a > 0$) ist die Funktion

f_a mit $f_a(x) = \sqrt{a - \frac{1}{4} \cdot x}$ ($x \in D_{f_a}$) gegeben.

Der größtmögliche Definitionsbereich D_{f_a} von f_a lautet:

- $D_{f_a} = \{x | x \in \mathbb{R}\}$
- $D_{f_a} = \{x | x \in \mathbb{R}, x \neq 4 \cdot a\}$
- $D_{f_a} = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq 4 \cdot a\}$
- $D_{f_a} = \{x | x \in \mathbb{R}, x \leq 4 \cdot a\}$
- $D_{f_a} = \{x | x \in \mathbb{R}, x \leq \frac{1}{4} \cdot a\}$

1.4 Welche der folgenden Ebenengleichungen beschreibt eine Ebene, die mit der z-Koordinatenachse genau einen gemeinsamen Punkt besitzt?

- | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $x=1$ | $y=1$ | $x+y=0$ | $x+y=1$ | $y+z=1$ |

1.5 Gegeben sind die Punkte $A(x_A | -1 | z_A)$ ($x_A, z_A \in \mathbb{R}$), $B(-1 | 5 | 1)$, $C(-3 | 3 | 7)$ und $D(1 | -3 | 4)$.

Für welche Koordinaten x_A und z_A ist das Viereck ABCD ein Parallelogramm?

- | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $x_A=3$
$z_A=10$ | $x_A=3$
$z_A=-2$ | $x_A=-1$
$z_A=-2$ | $x_A=-1$
$z_A=10$ | $x_A=-3$
$z_A=2$ |

Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 10

2 Für jeden Wert von k ($k \in \mathbb{R}$) ist die Funktion f_k gegeben mit

$f_k(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^2 + k \cdot x + k$ ($x \in \mathbb{R}$).

2.1 Ermitteln Sie den Wert von k , für den der lokale Extrempunkt des Graphen von f_k die kleinste Ordinate besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

2.2 Bestimmen Sie diejenigen Werte von k , für welche die zugehörige Funktion f_k jeweils genau eine Nullstelle besitzen.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

3 Gegeben sind die Punkte $A(0|1|1)$, $B(2|-1|3)$ und $C(-2|1|1)$.

3.1 Zeigen Sie, dass durch die Punkte A, B und C eindeutig eine Ebene bestimmt ist. Erreichbare BE-Anzahl: 02

Ermitteln Sie eine Gleichung einer Geraden, die senkrecht zu der Ebene verläuft, die durch die Punkte A, B und C bestimmt ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

4 Eine binomialverteilte Zufallsgröße X besitzt die Parameter $n=3$ und $p=0,8$.

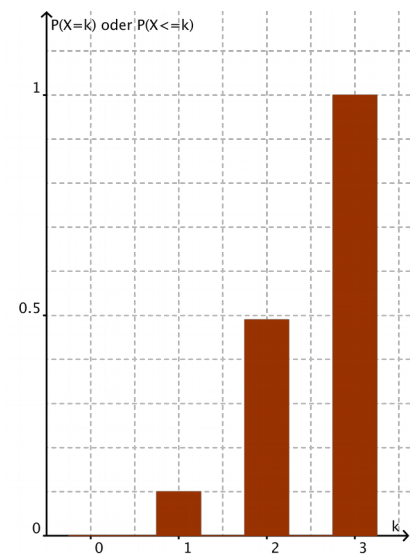
4.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 1)$

Erreichbare BE-Anzahl: 03

4.2 Die maßstäbliche Abbildung stellt entweder die Wahrscheinlichkeiten für $P(X=k)$ oder die Wahrscheinlichkeiten für $P(X \leq k)$ das. Entscheiden Sie, welche dieser Wahrscheinlichkeiten in der Abbildung dargestellt sind.

Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Erreichbare BE-Anzahl: 02



Aufgabe B 1

Zur Beschreibung von Straßenverläufen werden Funktionsgraphen genutzt. In einer Planung beschreibt für jeden Wert von k ($k \in \mathbb{R}; k > 0$) der Graph der Funktion f_k mit $f_k(x) = k \cdot e - k \cdot e^{-x}$ ($x \in \mathbb{R}$) den Verlauf der Mittellinie einer möglichen Schnellstraße.

- 1.1. Weisen Sie nach, dass der Schnittpunkt der Graphen der Funktion f_k mit der Abszissenachse die Koordinaten $(-1|0)$ hat.

Zeigen Sie, dass die Funktion f_k für jeden Wert von k ($k \in \mathbb{R}; k > 0$) streng monoton steigend ist.

Ermitteln Sie den Wert von k so, dass der Graph von f_k durch den Punkt mit den den Koordinaten $(0|e-1)$ verläuft.

Erreichbare BE-Anzahl: 7

Der Verlauf der Mittellinie der ausgewählten Schnellstraße kann in einem kartesischen Koordinaten (1 Längeneinheit entspricht 1 Kilometer) im Intervall $0 \leq x \leq 4$ durch den Graphen der Funktion f_k mit $k=1$ beschrieben werden. Der Verlauf der Mittellinie einer Landstraße kann im gegebenen Koordinatensystem durch den Graphen der Funktion g mit $g(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 9 \cdot x$ ($x \in \mathbb{R}; 0 \leq x \leq 4$) beschrieben werden (siehe Abbildung).

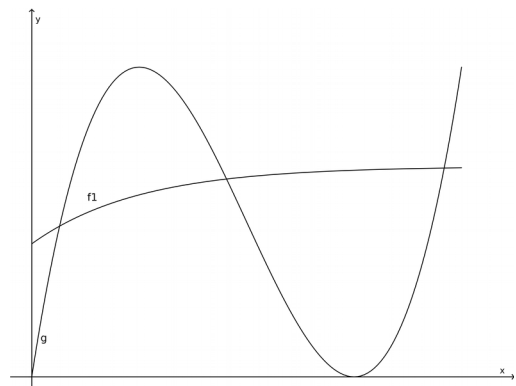


Abbildung (nicht maßstäblich)

Die Ordinatenachse verläuft in Süd-Nord-Richtung und die Abszissenachse in West-Ost-Richtung. Die Mittellinien der beiden Straßen schneiden sich von West nach Ost in den Punkten $A(0,259|y_A)$, $B(x_B|2,555)$ und $C(3,838|2,697)$.

- 1.2. Geben Sie die Koordinaten y_A und x_B an.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

- 1.3. Ermitteln Sie den Längenunterschied der Mittellinien der beiden Straßen zwischen den Punkten A und C.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

- 1.4. Der Punkt E ist der südlichste Punkt der Mittellinie der Landstraße zwischen B und C. Auf der Mittellinie der Landstraße zwischen den Punkten B und E existiert genau ein Punkt F, der vom Punkt C den geringsten Abstand besitzt.

Bestimmen Sie die Koordinaten dieses Punktes F.

Geben Sie diesen geringsten Abstand an.

Erreichbare BE-Anzahl: 09

- 1.5. Das Gelände zwischen der Landstraße und der Schnellstraße im Bereich zwischen den Punkten B und C soll neu gestaltet werden. Eine Umweltorganisation erstellt eine Liste mit den Flächennutzungsanteilen und den entsprechenden Kosten.

Anteil	Nutzung	Ausgaben in Mio € je km ²	Einnahmen in Mio € je km ²
50%	Mischwald	0,50	keine
25%	Blumenwiese / Grünland	0,07	keine
1%	Rad- und Wanderwege	130,00	keine
14%	Ödland	keine	keine
10%	Verkauf an Baumschule	keine	10,00

Berechnen Sie die zu erwartenden Kosten (unter Beachtung von Ausgaben und Einnahmen) für die Neugestaltung, wenn die Breiten der Straßen unberücksichtigt bleiben.

Erreichbare BE-Anzahl: 08

An der Schnellstraße werden regelmäßig Geschwindigkeitskontrollen durchgeführt. Bei der Kontrolle wird zwischen PKW und sonstigen Fahrzeugen unterschieden. Erfahrungsgemäß sind 80% aller Fahrzeuge auf der Schnellstraße PKW. Von allen Fahrzeugen auf der Schnellstraße sind erfahrungsgemäß 13,0% zu schnell unterwegs. Unter den PKW auf der Schnellstraße beträgt dieser Anteil 12,5%.

- 1.6. Ermitteln Sie, wie viel Prozent der Fahrzeuge auf der Schnellstraße PKW sind und nicht zu schnell fahren.

Ein zufällig ausgewähltes Fahrzeug auf der Schnellstraße ist zu schnell unterwegs.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses Fahrzeug kein PKW ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 08

- 1.7. Die Polizei behauptet einige Wochen nach der ersten Geschwindigkeitskontrolle, dass der Anteil der zu schnell fahrenden Fahrzeuge auf der Schnellstraße jetzt geringer als 13% ist.

Bei Geschwindigkeitskontrollen von 100 zufällig ausgewählten Fahrzeugen auf der Schnellstraße soll die Nullhypothese „Der Anteil der auf dieser Schnellstraße zu schnell fahrenden Fahrzeuge beträgt mindestens 13,0%.“ getestet werden

Bei diesen Geschwindigkeitskontrollen fuhren 7 der 100 Fahrzeuge zu schnell.

Untersuchen Sie, ob daraus mit einem Signifikanzniveau von 5,0% geschlossen werden kann, dass der Anteil der zu schnell fahrenden Fahrzeuge auf der Schnellstraße geringer als 13,0% ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Aufgabe B 2

In einem Zoo ist der Neubau eines Terrariums vorgesehen.

In den Planungsunterlagen ist das Terrarium in einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung O (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) dargestellt (siehe Abbildung).

Die Grundfläche $OABCD$ liegt in der x - y -Koordinatenebene. Die Seitenfläche OE_tF_tA des Terrariums liegt in der x - z -Koordinatenebene und die Seitenfläche DI_tHC liegt parallel zu dieser.

Die Seitenfläche ODI_tE_t des Terrariums liegt in der y - z -Koordinatenebene und die Seitenfläche $ABGF_t$ liegt parallel zu dieser.

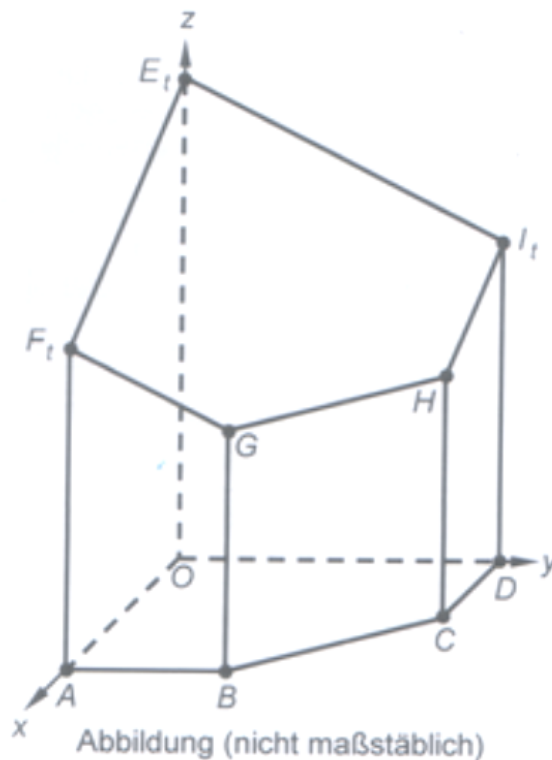
Das Viereck $BCHG$ ist ein Rechteck.

Für jeden Wert von t ($t \in \mathbb{R}; 3 \leq t \leq 6$) sind die Punkte $E_t(0|0|t)$, F_t , $G(4|2|3)$, $H(2|4|3)$ und I_t die Eckpunkte der ebenen Dachfläche.

- 2.1. Geben Sie die Koordinaten des Punktes B an.

Weisen Sie nach, dass die Dachfläche in der Ebene mit der Gleichung $(t-3) \cdot x + (t-3) \cdot y + 6 \cdot z = 6 \cdot t$ ($t \in \mathbb{R}; 3 \leq t \leq 6$) liegt.

Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes F_t .



Erreichbare BE-Anzahl: 12

- 2.2. Ermitteln Sie den größtmöglichen Neigungswinkel der Dachfläche gegenüber der x-y-Koordinatenebene.

Berechnen Sie für diesen Fall den Flächeninhalt der Dachfläche.

Bestimmen Sie den Wert für t , für den die Dachfläche unter einem Winkel von 30° zur x-y-Koordinatenebene geneigt ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 14

- 2.3. Bei der Montage des Terrariums soll die Dachfläche mit einer 4,00m langen Stütze gesichert werden. Diese Stütze soll im Punkt O verankert werden und senkrecht auf der Dachfläche auftreffen.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes E_t bei dieser Montage.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

- 2.4. Die Beleuchtung im Terrarium wird durch eine elektronische Schaltung gesteuert. Diese enthält genau zwei Bauteile B_1 und B_2 . Die Schaltung funktioniert, wenn mindestens ein Bauteil intakt ist. Das Bauteil B_1 fällt mit der Wahrscheinlichkeit 3,00% und das Bauteil B_2 mit der Wahrscheinlichkeit 5,97% aus. Die Schaltung funktioniert mit der Wahrscheinlichkeit 99,85%.

Betrachtet werden die Ereignisse E und F.

Ereignis E: „Das Bauteil B_1 fällt aus.“

Ereignis F: „Das Bauteil B_2 fällt aus.“

Weisen Sie nach, dass die Ereignisse E und F stochastisch abhängig sind.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau ein Bauteil defekt ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

- 2.5. Im neugebauten Terrarium sollen Geckos einer bestimmten Art angesiedelt werden. Die Lebenserwartung dieser Geckos ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu=20$ (in Jahren) und der Standardabweichung σ (in Jahren).

Die Wahrscheinlichkeit, dass Geckos dieser Art älter als 25 Jahre werden, beträgt 11%.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Lebenserwartung dieser Geckos um weniger als drei Jahre von Erwartungswert abweicht.

Erreichbare BE-Anzahl 07

Lösungsvorschläge

Teil A

1 pro richtig gesetztes Kreuz 2BE:

$$\text{Feld 4, weil: } f'(1) = 2 \cdot a \implies m = -\frac{1}{2 \cdot a}$$

$$\text{Feld 3, weil: } I = \left[\frac{k \cdot e^{kx}}{k} \right]_0^1 = e^k - 1$$

$$\text{Feld 4, weil: } a - \frac{1}{4} \cdot x \geq 0 \implies x \leq 4 \cdot a$$

Feld 5, weil: x und y Null setzen \implies nur $y+z=1$ hat eindeutige Lsg

$$\text{Feld 2, weil: } \vec{AB} = \begin{pmatrix} -1-x_A \\ 6 \\ 1-z_A \end{pmatrix} = \vec{DC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$2.1 \quad f_k'(x) = -x + k \implies \text{Null setzen ergibt } x_e = k$$

Funktionswert: $f_k(k) = \frac{1}{2}k^2 + k \implies$ das soll minimal werden

\implies ableiten und Null setzen $0 = k + 1$ ergibt $k = -1$

$$2.2 \quad 0 = -\frac{1}{2}x^2 + kx + k \implies x_{1/2} = k \pm \sqrt{k^2 + 2k}$$

$$0 = x^2 - 2kx - 2k$$

nur eine Nullstelle existiert, wenn $k^2 + 2k = 0$, also $k=0$ oder $k=-2$ ist

$$3.1 \quad \vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\implies \vec{AB} = k \cdot \vec{AC}$ ergibt in der zweiten Zeile einen Widerspruch

$$3.2 \quad \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{also z.B. } \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

4.

$$4.1 \quad P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,2^3 = 1 - \frac{1}{125} = \frac{124}{125}$$

4.2 Das muss $P(X \leq k)$ sein, da der letzte Balken die Höhe 1 hat

Teil B1

1.1 $0 = k \cdot e - k \cdot e^{-(-1)}$
 $0 = k \cdot e - k \cdot e$ also stimmen die Koordinaten

$f'_k(x) = k \cdot e^{-x}$, da $k > 0$ und $e^x > 0$ muss auch das Produkt größer Null sein
 $e - 1 = k \cdot e - k \cdot e^0$ ergibt für $k = 1$

1.2 $y_A = 1,9465$

$x_B = 1,8128$

1.3 $\int_{0.259}^{3.838} \sqrt{1+(f'(x))^2} dx \approx 3,7185$

$\int_{0.259}^{3.838} \sqrt{1+(g'(x))^2} dx \approx 9,7590$

also ein Unterschied von 6,0405

1.4 Die Landstraße ist $g(x)$, also ist E das Minimum von g

$E(3|0)$

F sei $F(x_F|y_F) \implies$ Da F auf g liegt ist $y_F = g(x_F)$

Der Abstand zu C ist $|\overline{EF}| = \sqrt{(3,838 - x_F)^2 + (2,697 - g(x_F))^2}$

Nun mit dem Taschenrechner das Minimum suchen: $x_F \approx 1,9748$

bei einer minimalen Länge von $l \approx 1,9641$

(das zweite Minimum bei 3.8382 liegt nicht zwischen B und E)

den gefundenen Wert in $g(x)$ einsetzen $\implies F(1,975|2,075)$

1.5 $\int_{1,8128}^{3,838} f(x) - g(x) dx \approx 3,4750$

$Kosten = (0,5 \cdot 0,5 + 0,25 \cdot 0,07 + 0,01 \cdot 130 - 0,1 \cdot 10) \cdot 3,475 = 1,9721$

1.6 $P(\text{PKW} \cap i.O) = 0,8 \cdot (1 - 0,125) = 0,7$ also 70%

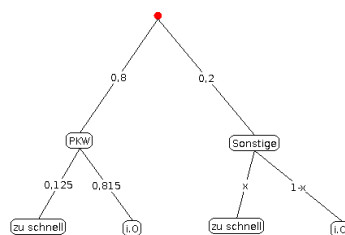
x im Baumdiagramm errechnet sich aus

$0,13 = 0,8 \cdot 0,125 + 0,2 \cdot x \implies x = 0,15$

Um die gesuchte Wkt zu berechnen muss das Baumdiagramm umgedreht werden

\implies Formel von Bayes

$P_{\text{zu schnell}}(\text{Sonstige}) = \frac{0,2 \cdot 0,15}{0,2 \cdot 0,15 + 0,8 \cdot 0,125} \approx 0,2308$



1.7 H_0 ist $p \geq 0,13$

H_0 wird verworfen, wenn die WKT von 7 oder weniger Fahrzeugen bei $p = 0,13$ kleiner als 0,05 ist $P(X \leq 7) = \text{binomialCdf}(7, 100, 0,13) \approx 0,0431$

Die Schlussfolgerung kann also so gezogen werden.

Teil B2

2.

2.1 $B(4|2|0)$

Die Punkte liegen laut Aufgabenstellung in einer Ebene. Es muss noch gezeigt werden, dass drei Punkte die Ebenengleichung erfüllen.

$$E: (t-3) \cdot 0 + (t-3) \cdot 0 + 6 \cdot t = 6t \quad \text{wahr}$$

$$G: (t-3) \cdot 4 + (t-3) \cdot 2 + 6 \cdot 3 = 6t \quad \text{wahr}$$

$$H: (t-3) \cdot 2 + (t-3) \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 6t \quad \text{wahr}$$

$$\text{Koordinaten von F } (t-3) \cdot 4 + (t-3) \cdot 0 + 6 \cdot z = 6t \implies \text{also } F_t(4|0|\frac{1}{3}t+2)$$

2.2 Der größte Winkel ist bei $t=6$. Der Winkel ist der Winkel der

$$\text{Normalenvektoren } \text{angle} \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \approx 35,26^\circ$$

Die Dachfläche besteht aus drei Dreiecken:

$$\text{FGH: } \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = 0,5 * \text{norm}(\text{crossP}(\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix})) \approx 2,4495$$

$$\text{FHE: } \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \right| = 0,5 * \text{norm}(\text{crossP}(\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix})) = 10,04996$$

$$\text{HIE: } \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = 0,5 * \text{norm}(\text{crossP}(\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix})) = 4,8990$$

zusammen also 17,3984

$$\text{solve}(30 = \text{angle} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t-3 \\ t-3 \\ 6 \end{pmatrix} \right)) \text{ ergibt } \begin{matrix} t_1 \approx 0,55 & \notin 3 \leq t \leq 6 \\ t_2 \approx 5,4495 \end{matrix}$$

2.3 Der Punkt, an dem die Stütze die Dachfläche berührt ist nicht gesucht. Es reicht, wenn man mit der HNF den Parameter t so bestimmt, dass der Abstand zu O genau 4 wird. Die Normalform ist in Aufgabe 2.1 gegeben.
 Normalform: $(t-3) \cdot x + (t-3) \cdot y + 6 \cdot z = 6 \cdot t$

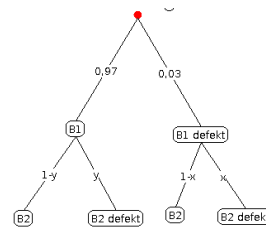
$$\text{HNF: } \frac{(t-3)x + (t-3)y + 6z - 6t}{\sqrt{(t-3)^2 + (t-3)^2 + 6^2}} = 0$$

Nun setzt man den Koordinatenursprung $O(0/0/0)$ ein und die Gleichung gleich 4:

$$\left| \frac{(-6t)}{\sqrt{(t-3)^2 + (t-3)^2 + 6^2}} \right| = 4 \quad \text{ergibt } t \approx 4,1425$$

also $E_t(0|0|4,1425)$

2.4 Nebenstehendes Baumdiagramm liefert:



$$\begin{aligned} P(1 - B_1 \text{ defekt} \cap B_2 \text{ defekt}) &= 0,9985 \\ 1 - (0,03 \cdot x) &= 0,9985 \\ x &= 0,05 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B_1 \cap B_2 \text{ defekt}) + P(B_1 \text{ defekt} \cap B_2 \text{ defekt}) &= 0,0597 \\ 0,97 \cdot y + 0,03 \cdot x &= 0,0597 \\ 0,97 \cdot y + 0,03 \cdot 0,05 &= 0,0597 \\ y &= 0,06 \end{aligned}$$

unabhängig, wenn $P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2)$ \implies abhängig
 $0,97 \cdot 0,94 = 0,97 \cdot 0,9403$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist $0,97 \cdot 0,06 + 0,03 \cdot 0,95 = 0,0867$

2.5 Über $\text{solve}(\text{normCDF}(25, \infty, x, 20) = 0,11)$ erhält man $\sigma \approx 4,0765$

Dann kann man $\text{normCDF}(17, 23, 4,0765, 20) \approx 0,5382$ berechnen