Schriftliche Abiturprüfung – Leistungskurs – Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2015, wie sie vom Sächsischen Staatsministeriums für Kultus auf dem Sächsischen Schulserver (www.sachsen-macht-schule.de) veröffentlicht wurden.

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den graphikfähigen Taschenrechner (GTR – hier ClassPad330) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter www.sn.schule.de/~matheabi dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf.
- Die **offiziellen** Abituraufgaben werden nach Beendigung der Prüfungsphase auf dem Sächsischen Schulserver veröffentlicht.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: L. Wendrock (wendrock@googlemail.com) – Mathe-Lehrer.
  Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 10.07.17.
- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

Hinweise für den Teilnehmer

Teil A: Die Arbeitszeit beträgt 60 Minuten. Es sind 30 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Erlaubte Hilfsmittel sind Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung und Zeichengeräte.

Teil B: Die Arbeitszeit beträgt 240 Minuten. Es sind 90 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Erlaubte Hilfsmittel sind Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung, Zeichengeräte, grafikfähiger Taschenrechner (GTR) oder Taschenrechner mit Computer-Algebra-System CAS und Tabellen- und Formelsammlung.

Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
BE	115	109	103	97	91	85	79	73	67	61	55	49	41	33	25	0

Prüfungsinhalt

Aufgabe A

Tragen Sie die Antworten zur Aufgabe 1 auf dem vorliegenden Aufgabenblatt ein und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 2 bis 5 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Welcher Term beschreibt eine mögliche Stammfunktion der Funktion f mit $f(x)=2\cdot\sqrt{x^3}\quad (x\in D_f)$?

☐	☐	☐	☐	☐
$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{x^4}$	$3\cdot\sqrt{x}$	$\frac{4}{5}\cdot\sqrt{x^5}$	$8\cdot\sqrt{x^4}$	$5\cdot\sqrt{x^5}$

1.2 Wie groß ist der Anstieg des Graphen der Funktion h mit $h(x)=2\cdot x-\ln x\quad (x\in D_h)$ an der Stelle $x=1$?

☐	☐	☐	☐	☐
-1	2-e	1	e	3

1.3 Die Gerade g verläuft durch die Punkte $A(3/4/-2)$ und $B(-2/4/3)$.
Welche Lage besitzt die Gerade g bezüglich der x-z-Koordinatenebene?

▢ Die Gerade g schneidet die x-z-Koordinatenebene im Koordinatenursprung.

▢ Die Gerade g verläuft parallel zur x-z-Koordinatenebene.

▢ Die Gerade g schneidet die x-z-Koordinatenebene im Punkt $P(3/0/-2)$.

▢ Die Gerade g liegt in der x-z-Koordinatenebene.

▢ Die Gerade g schneidet die x-z-Koordinatenebene senkrecht.

1.4 Für jeden Wert von t $(t \in \mathbb{R}, t > 0)$ ist ein Punkt $B_t(0/t/4)$ gegeben.

Der Abstand des Punktes $A(4/0/0)$ von B_t ist d_t.
Für welchen Wert von t gilt: $d_t = 9$?

▢	▢	▢	▢	▢
t=3	t=7	t=9	t=49	t=81

1.5 In einer Urne befinden sich fünf gelbe und drei blaue Kugeln.

Es werden nacheinander vier Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses E wird mit
$P(E) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot 1$ berechnet.

Welche der folgenden Aussagen beschreibt das Ereignis E?

▢ Es werden zwei gelbe und zwei blaue Kugeln gezogen.

▢ Es werden zuerst alle drei blauen und dann eine gelbe Kugel gezogen.

▢ Es werden zuerst drei gelbe und dann eine blaue Kugel gezogen.

▢ Es werden vier blaue Kugeln gezogen.

▢ Es werden nur gelbe Kugeln gezogen.

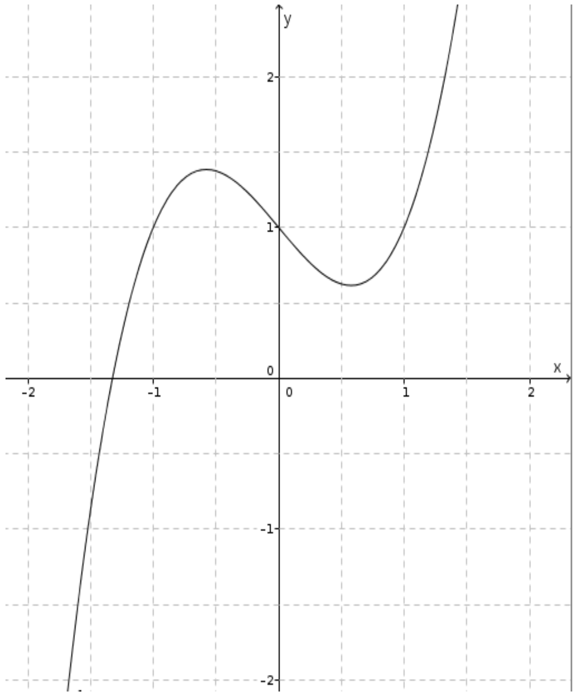
Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 10

2 Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f, g und h durch
$f(x)=x^2-x+1$, $g(x)=x^3-x+1$ und $h(x)=x^4+x^2+1$.

2.1 Die Abbildung zeigt den Graphen einer der drei Funktionen.
Geben Sie an, um welche Funktion es sich handelt.

Begründen Sie, dass der Graph die anderen beiden Funktionen nicht darstellt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03



2.2 Die erste Ableitungsfunktion von h ist h'.
Bestimmen Sie den Wert von
$$\int_0^1 h'(x)\,dx \ .$$

Erreichbare BE-Anzahl: 02

3 Betrachtet wird die Pyramide ABCDS mit $A(0/0/0)$, $B(4/4/2)$, $C(8/0/2)$, $D(4/-4/0)$ und $S(1/1/-4)$. Die Grundfläche ABCD ist ein Parallelogramm.

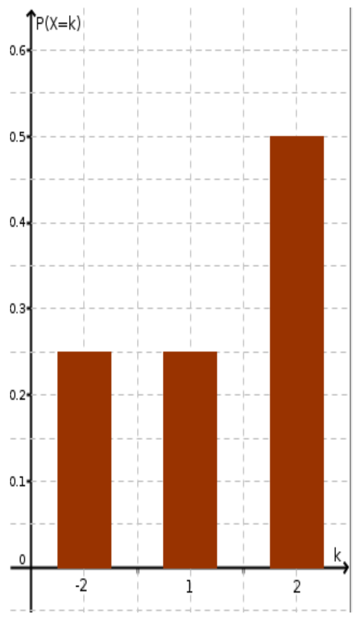
3.1 Weisen Sie nach, dass das Parallelogramm ABCD ein Rechteck ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

3.2 Die Kante $\overline{AS}$ steht senkrecht auf der Grundfläche ABCD.
Der Flächeninhalt der Grundfläche beträgt $24\cdot\sqrt{2}$.
Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

4 Für ein Zufallsexperiment wird eine Zufallsgröße X festgelegt, welche die drei Werte -2,1 und 2 annehmen kann.
In der Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dargestellt.



4.1 Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung den Erwartungswert der Zufallsgröße X.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

4.2 Das Zufallsexperiment wird zweimal durchgeführt. Dabei wird jeweils der Wert der Zufallsgröße notiert.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe dieser beiden Werte negativ ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

5 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=x^3-6\cdot x^2+11\cdot x-6 \quad (x\in\mathbb{R})$

5.1 Weisen Sie nach, dass der Wendepunkt des Graphen von f auf der Geraden mit der Gleichung $y=x-2$ liegt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

5.2 Der Graph von f wird verschoben. Der Punkt (2/0) des Graphen der Funktion f besitzt nach der Verschiebung die Koordinaten (3/2). Der verschobene Graph gehört zu einer Funktion h.
Geben Sie eine Gleichung von h an.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Aufgabe B 1

Eine Spielzeugfabrik stellt Puppenwagen her. Die beiden zueinander kongruenten Seitenteile eines solchen Puppenwagens bestehen aus Holzplatten.

Die Außenfläche eines dieser Seitenteile kann in einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung O (1 Längeneinheit entspricht 1 Dezimeter) dargestellt werden (siehe Abbildung 1).

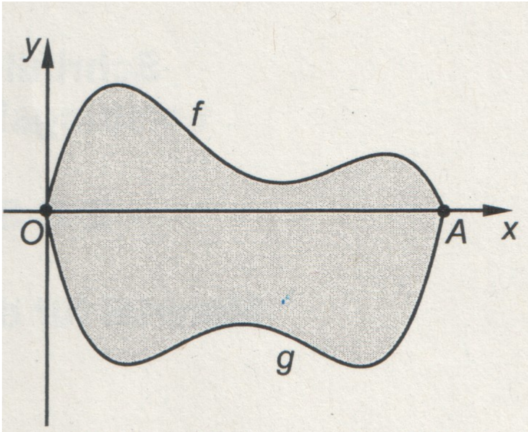


Abbildung 1 (nicht maßstäblich)

Die obere Begrenzungslinie der Außenfläche zwischen den Punkten O und $A(x_A/0)$ kann durch den Graphen der Funktion f und die untere Begrenzungslinie zwischen den Punkten O und $A(x_A/0)$ durch den Graphen der Funktion g beschrieben werden.

Die Funktionen f und g sind durch die Gleichungen

$f(x)=-0{,}106\cdot x^4+1{,}082\cdot x^3-3{,}602\cdot x^2+4{,}039\cdot x \quad (x\in\mathbb{R}, 0\leq x\leq x_A)$ und

$g(x)=0{,}135\cdot x^4-1{,}269\cdot x^3+3{,}962\cdot x^2-4{,}618\cdot x \quad (x\in\mathbb{R}, 0\leq x\leq x_A)$ gegeben.

1.1. Begründen Sie, dass die Strecke $\overline{OA}$ näherungsweise die Länge 4,71 dm besitzt.

Jedes Seitenteil des Puppenwagens wird aus einer rechteckigen Holzplatte ausgesägt.

Die Strecke $\overline{OA}$ verläuft dabei parallel zu zwei gegenüberliegenden Seiten dieser Rechtecksfläche.

Ermitteln Sie Mindestlänge und Mindestbreite der rechteckigen Holzplatte.

Erreichbare BE-Anzahl: 7

1.2. Jedes 0,5 cm dicke Seitenteil des Puppenwagens soll vollständig (Außenfläche, Innenfläche und Randfläche) mit einem für Kleinkinder gefahrlosen Speziallack überzogen werden.

Ermitteln Sie den Inhalt der zu lackierenden Fläche eines Seitenteils des Puppenwagens.

Erreichbare BE-Anzahl: 12

1.3. Jedes Seitenteil soll auf der Außenfläche mit einem Zierstreifen beklebt werden. Die parallelen Begrenzungen des Zierstreifens sollen dabei vollständig auf der Außenfläche des Seitenteils zu sehen und unter einem Winkel von $\alpha = 15°$ gegenüber der Abszissenachse geneigt sein (siehe Abbildung 2).

Bestimmen Sie die maximal mögliche Breite des Zierstreifens.

Erreichbare BE-Anzahl: 10

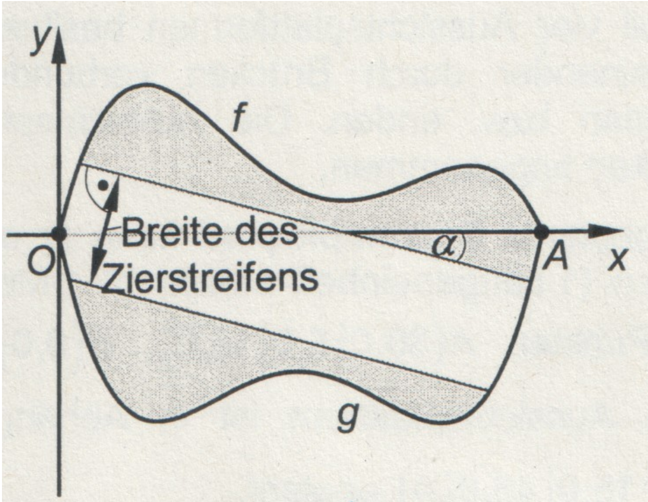


Abbildung 2 (nicht maßstäblich)

1.4. Für die Befestigung des Haltegriffes am Puppenwagen wird eine Metallstrebe verwendet.

Zwischen den Punkten A und $B(5{,}25 / y_B)$ kann die Metallstrebe durch einen Teil des Graphen einer linearen Funktion h beschrieben werden. Im Punkt A geht der Graph der Funktion h tangential in den Graphen der Funktion g über.

Bestimmen Sie die Länge der Metallstrebe zwischen den Punkten A und B.

Erreichbare BE-Anzahl: 07

Puppenwagen aus der laufenden Produktion können Oberflächen- oder Farbgestaltungsfehler besitzen.

Erfahrungsgemäß werden bei 3,0% aller produzierten Puppenwagen Oberflächenfehler festgestellt. Bei 1,0% aller produzierten Puppenwagen werden erfahrungsgemäß Farbgestaltungsfehler und keine Oberflächenfehler festgestellt. Oberflächen- und Farbgestaltungsfehler treten bei einem produzierten Puppenwagen erfahrungsgemäß mit der Wahrscheinlichkeit 2,5% auf.

1.5. Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein der Produktion zufällig entnommener Puppenwagen keinen der beiden Fehler aufweist.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.6. Nach einer Veränderung des Produktionsablaufes wird von Seiten der Spielzeugfabrik behauptet, dass von den produzierten Puppenwagen statt bisher 4% nun weniger fehlerhaft sind. In einem Test mit 100 der Produktion zufällig entnommenen Puppenwagen soll die Nullhypothese „Der Anteil der fehlerhaften Puppenwagen beträgt mindestens 4%.“ auf einem Signifikanzniveau von 15% überprüft werden.

Bestimmen Sie den Ablehnungsbereich der Nullhypothese für den beschriebenen Test. Erreichbare BE-Anzahl: 05

Aufgabe B 2

In einem Wald ist ein Baumwipfelpfad geplant.

Er soll vier Aussichtsplattformen besitzen. Die Aussichtsplattformen sind in der Planung untereinander durch Brücken verbunden, welche jeweils in einer Aussichtsplattform beginnen bzw. enden. Die Aussichtsplattformen werden als Punkte, die Brücken als Strecken angenommen.

Der geplante Baumwipfelpfad kann in einem kartesischen Koordinatensystem dargestellt werden (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter). Drei der Aussichtsplattformen sollen sich in den Punkten $A(30{,}0/5{,}0/15{,}0)$, $B(0{,}0/0{,}0/25{,}0)$ und $D(0{,}0/50{,}0/30{,}0)$ befinden. Die vierte Aussichtsplattform ist in Abhängigkeit von h ($h \in \mathbb{R}; 15{,}0 \leq h \leq 35{,}0$) im Punkt $C_h(-15{,}0/45{,}0/h)$ geplant.

Die Punkte A, B und D liegen in einer Ebene E. Der ebene Waldboden liegt in der x-y-Koordinatenebene.

2.1. Begründen Sie, dass die Aussichtsplattformen in den Punkten A, B und D in der Ebene mit E: $7 \cdot x - 2 \cdot y + 20 \cdot z = 500$ liegen.

Ermitteln Sie die Gesamtlänge der drei Brücken, welche die Aussichtsplattformen in den Punkten A, B und D untereinander verbinden sollen.

Bestimmen Sie den Neigungswinkel der Brücke zwischen den Aussichtsplattformen in den Punkten A und B gegenüber dem ebenen Waldboden.

Erreichbare BE-Anzahl: 09

2.2. Die Brücken, die von der Aussichtsplattform im Punkt C_h ($h \in \mathbb{R}; 15{,}0 \leq h \leq 35{,}0$) zu den Aussichtsplattformen in den Punkten A, B und D führen, sollen in einer Planungsvariante I ebenfalls in der Ebene E liegen.

Ermitteln Sie dafür den Wert von h.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

2.3. Bestimmen Sie die Koordinaten desjenigen Punktes auf der Brücke zwischen den Aussichtsplattformen in den Punkten B und D, der den geringsten Abstand zum Punkt A besitzt.

Die Brücke zwischen den Aussichtsplattformen in den Punkten B und D liegt auf der Geraden i. Die Brücke zwischen den Aussichtsplattformen in den Punkten A und C_h ($h \in \mathbb{R}; 15{,}0 \leq h \leq 35{,}0$) liegt auf der Geraden g_h.

Der Abstand d der Geraden i und g_h beträgt $d(h) = \frac{|60 \cdot h - 2085|}{\sqrt{4 \cdot h^2 - 152 \cdot h + 9625}}$.

Es gibt einen Wert von h ($h \in \mathbb{R}; 15{,}0 \leq h \leq 35{,}0$), für den der Abstand der Geraden i und g_h maximal ist.

Bestimmen Sie diesen Wert von h und geben Sie den maximalen Abstand an.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

2.4. In der Planungsvariante II soll der Wert von h ($h \in \mathbb{R}; 15{,}0 \leq h \leq 35{,}0$) so gewählt werden, dass für den zugehörigen Punkt C_h folgende Bedingungen gelten:

(A) Der Abstand der Aussichtsplattform im Punkt C_h zur Ebene E soll höchstens 7,0m betragen.

(B) Die Brücken von der Aussichtsplattform im Punkt C_h zu den Aussichtsplattformen in den Punkten B und D sollen einen Winkel von mindestens 90° einschließen.

Bestimmen Sie gemäß dieser Bedingungen alle möglichen Werte von h.

Erreichbare BE-Anzahl: 08

2.5. Ausgehend von den Aussichtsplattformen sollen geradlinige Sicherungsseile gespannt werden.

Ein Sicherungsseil soll vom Punkt D so zum Waldboden gespannt werden, dass es unter einem Winkel von 60° auf dem Waldboden auftrifft.

Ermitteln Sie die Koordinaten eines möglichen Auftreffpunktes dieses Sicherungsseiles auf dem Waldboden.

Alle Punkte in der x-y-Koordinatenebene, die als Auftreffpunkte dieses Sicherungsseiles auf dem Waldboden in Frage kommen, schließen eine Fläche vollständig ein. Bestimmen Sie den Inhalt dieser Fläche.

Erreichbare BE-Anzahl: 08

2.6. Die Reißfestigkeit der vorgesehenen Sicherungsseile ist annähernd normalverteilt.

Der Hersteller der Seile gibt an, dass der Erwartungswert für die Reißfestigkeit dieser Seile bei 145,0kN liegt. Außerdem gibt der Hersteller an, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Sicherungsseil bei einer Belastung von mehr als 140,0kN reißt, bei ca. 97,3 % liegt.

Bestimmen Sie auf der Grundlage dieser Angaben, mit welcher Wahrscheinlichkeit davon ausgegangen werden muss, dass ein Sicherungsseil bei einer Belastung zwischen 142,0kN und 150,0kN reißt.

Erreichbare BE-Anzahl. 06

2.7. Es wird erwartet, dass ca. 65,0% der zukünftigen Besucher des Baumwipfelpfades aus der näheren Umgebung kommen. Außerdem wird erwartet, dass der Anteil von Kindern unter den zukünftigen Besuchern, die nicht aus der näheren Umgebung kommen, bei ca. 55,0% liegen wird. Der Gesamtanteil der Kinder unter allen zukünftigen Besuchern wird mit ca. 48,5 % prognostiziert.

An Ferientagen werden pro Tag ca. 100 Kinder aus der näheren Umgebung als zukünftige Besucher erwartet.

Ermitteln Sie, mit welcher Gesamtbesucherzahl an einem Ferientag geplant wird.

Erreichbare BE-Anzahl 05

Lösungsvorschläge

Teil A

1 pro richtig gesetztes Kreuz 2BE: Feld 3, Feld 3, Feld 2, Feld 2, Feld 2

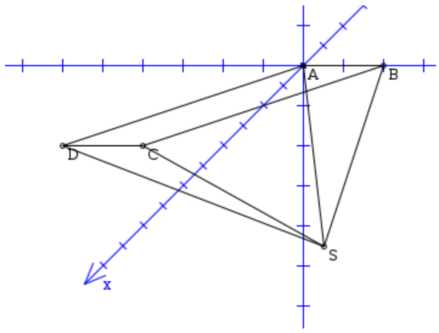
2.1 Die Funktion g hat den dargestellten Graphen

f(x) ist eine Parabel, h(x) hat nur gerade Exponenten - ist also achsensymmetrisch

2.2 $\int_0^1 h'(x)\,dx = [x^4 + x^2]_0^1 = 1 + 1 = 2$

3.1 $\vec{AB} = \vec{DC}$ ist schon aus der Aufgabenstellung zu lesen (Parallelogramm)

$\langle \vec{AB} \cdot \vec{BC} \rangle = 16 - 16 + 0 = 0$ also senkrecht

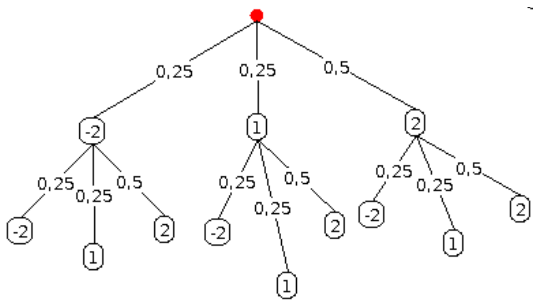


3.2 Da AS senkrecht, ist AS gleichzeitig die Höhe der Pyramide:

$h_{AS} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{18}$

$V = \frac{1}{3} A_G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = 4\sqrt{36} = 48$

4.



4.1 $E(X) = \frac{-2 \cdot 1}{4} + \frac{1 \cdot 1}{4} + \frac{2 \cdot 2}{4} = \frac{3}{4}$

4.2 $P((-2;1)(-2;-2)(1;-2)) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$

5.

5.1
$f'(x) = 3x^2 - 12x + 11$
$f''(x) = 6x - 12$
$f'''(x) = 6$
$f'''(x) = 6 \neq 0$

$f''(x) = 0 = 6x - 12$
$x_w = 2$

$P_w(2/0)$ einsetzen in die Gerade $0 = 2 - 2$ ergibt eine wahre Aussage

5.2 $h(x) = (x-1)^3 - 6(x-1)^2 + 11(x-1) - 6 + 2$ (an Stelle von x wird (x-1) gesetzt, ein absolutes Glied von 2 wird addiert

Teil B1

1.1 Länge der Strecke zwischen den Nullstellen $solve(f(x)=0)$ ergibt

$x_1=0$ und $x_2\approx 4{,}71$ Länge also minimal 4,71dm

Da OA auf der x-Achse liegt, genügt es das Maximum von f und das Minimum von g zu ermitteln. Dies kann graphisch mit dem Taschenrechner erfolgen

$Max_f(0{,}85/1{,}44)$
$Min1_g(0{,}98/-1{,}79)$ und $Min2_g(3{,}73/-1{,}83)$ wobei das zweite Minimum die Breite bestimmt, Breite also minimal 1,44+1,83=3,27dm

1.2 $A_S=2\cdot\int_0^{4{,}71} f(x)-g(x)\,dx+0{,}05\cdot\left(\int_0^{4{,}71}\sqrt{1+f'(x)^2}\,dx+\int_0^{4{,}71}\sqrt{1+g'(x)^2}\,dx\right)$

$\approx 20{,}21+0{,}32+0{,}36=20{,}89\,dm^2$

Die Fläche ergibt sich aus 2 mal der Seitenfläche+ 0,05 mal der Länge der Kurve zu f und 0,05 mal der Länge der Kurve zu g

1.3 15° im Uhrzeigersinn bedeuten einen Anstieg von $\tan(-15°)\approx -0{,}268$

gesucht sind die Stellen von f, an denen der Anstieg -0,268 ist, also

$f'(x)=-0{,}268$ ergibt mit solve $\begin{matrix} x_1\approx 0{,}964 \\ x_2\approx 2{,}538 \\ x_3\approx 4{,}15 \end{matrix}$ dabei ist x_2 der interessante Wert

$g'(x)=-0{,}268$ ergibt mit solve $\begin{matrix} x_1\approx 0{,}863 \\ x_2\approx 2{,}609 \\ x_3\approx 3{,}578 \end{matrix}$ dabei ist x_2 der interessante Wert

Die beiden Tangenten an den Stellen haben dann die Gleichungen

$y=-0{,}268\,x+1{,}019$
$y=-0{,}268\,x-0{,}661$ (kann im Graphikmenü ermittelt werden)

Die Normale zu den beiden Tangenten durch den KO Ursprung hat die Gleichung $y_N=\frac{1}{0{,}268}x=3{,}731\,x$

Die Schnittpunkte der Normalen mit f und g sind

$S_f(0{,}255/0{,}951)$ und $S_g(-0{,}165/-0{,}617)$

$|\overline{S_f S_g}|=\sqrt{(0{,}255+0{,}165)^2+(0{,}951+0{,}617)^2}\approx 1{,}623\,dm$

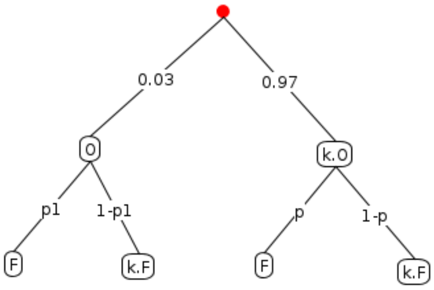
1.4 $g'(4{,}71)\approx 4{,}67$ ergibt für die Strebe $\begin{matrix} 0=4{,}67\cdot 4{,}71+n \\ n=-21{,}99 \end{matrix}$

Der Punkt B hat den y-Wert: $y_B=4{,}67\cdot 5{,}25-21{,}99=2{,}53$

Abstand $d=\sqrt{0{,}2889+6{,}4}\approx 2{,}59\,dm$

1.5 Mit einem Baumdiagramm ergibt sich aus dem Pfad

$P(kein\,Oberflächenfehler + Farbfehler) = 0{,}97 \cdot p = 0{,}01$ für $p \approx 0{,}0103$ Farbfehler



und damit $P(Oberflächenfehler + Farbfehler) = 0{,}97 \cdot (1 - 0{,}0103) = 0{,}96$

1.6 $n = 100$ $\quad H_0{:}\ \ p_0 \geq 0{,}04$ $\quad p = 0{,}04$ $\quad \alpha = 0{,}15$

binomialCDF(0,100,0.04)=0,0169

binomialCDF(1,100,0.04)=0,0872

binomialCDF(2,100,0.04)=0,2321

Der Ablehnungsbereich ist also $\{0;1\}$

Teil B2

2.

2.1 drei mal die Punktprobe ==> liegen auf der Ebene

$|\overline{AB}| = \sqrt{30^2 + 5^2 + 10^2} \approx 32{,}016$
$|\overline{AD}| = \sqrt{30^2 + 45^2 + 15^2} \approx 56{,}125$ also 138,39m
$|\overline{BD}| = \sqrt{50^2 + 5^2} \approx 50{,}249$

Winkel $angle\left(\begin{pmatrix} -30 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -30 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}\right) \approx 18{,}2°$ (Gerade durch AB und deren „Schatten“)

2.2 $7 \cdot (-15) - 2 \cdot 45 + 20 \cdot h = 500$
$h = 34{,}75$

2.3 $g(BD){:}\quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 25 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \\ 5 \end{pmatrix}$ oder zweidimensional betrachtet $z = \frac{1}{10} y + 25$

in die Abstandsgleichung

$$\sqrt{(30-x)^2 + (5-y)^2 + (15-z)^2} = \sqrt{(30-0)^2 + (5-y)^2 + \left(15 - \left(\frac{y}{10} + 25\right)\right)^2} = a(y)$$

Nun von a(y) das Minimum ermitteln $y_{min} \approx 3{,}96$ mit einem Abstand von 31,77

$z_{min} = \frac{1}{10} 3{,}96 + 25 = 25{,}396$ also $P(0{,}0/4{,}0/25{,}4)$

Der Graph der angegebenen Funktion hat im Intervall kein lokales Maximum.

Das gesuchte Maximum ist also bei h=15 und hat den Wert 13,1m

2.4 Bedingung A
$$\frac{7}{\sqrt{453}}x-\frac{2}{\sqrt{453}}y+\frac{20}{\sqrt{453}}z=\frac{500}{\sqrt{453}}$$
$$\frac{7}{\sqrt{453}}(-15)-\frac{2}{\sqrt{453}}45+\frac{20}{\sqrt{453}}h-\frac{500}{\sqrt{453}}=\pm 7$$

Hesschen Normalform (und eingesetzter Punkt)

ergibt $\begin{matrix} h_1\approx 42{,}20 \\ h_2\approx 27{,}3 \end{matrix}$ h_1 aus Abstand 7 und h_2 aus Abstand -7

also $27{,}3\leq h\leq 42{,}2$

Bedingung B
$$\cos\alpha=\left\langle\begin{pmatrix}15\\-45\\25-h\end{pmatrix}\middle|\begin{pmatrix}14\\5\\30-h\end{pmatrix}\right\rangle\leq 0$$
$$15\cdot 15-45\cdot 5+(25-h)\cdot(30-h)\leq 0$$
$$h\leq 30$$

alle Bedingungen $27{,}3\leq h\leq 30$

2.5 $D(0/50/30)$ als rechtwinkliges Dreieck mit dem Winkel 60° und der Gegenkathete 30m erhält man $Ak=\frac{30}{\tan 60°}\approx 17{,}32\,m$

also einen möglichen Punkt $D_B(17{,}32/50/0)$

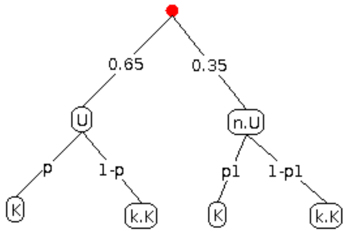
Alle Punkte liegen auf einem Kreis mit dem Radius 17,32 also $A_k=\Pi r^2\approx 942{,}48$

2.6 $E(X)=145\text{KN}$

$P(X>140)=0{,}973=1-P(X\leq 140)$ ==> $\begin{matrix}\delta_1=2{,}595\\ \delta_2\, entfällt\end{matrix}$ ==> $P(X)=0{,}8492$

2.7 Mit einem Baumdiagramm wird schnell deutlich

$P(nicht\ Umgebung+Kind)=0{,}35\cdot 0{,}55=0{,}1925$
$P(Kind)=P(nicht\ Umgebung+Kind)+P(Umgebung+Kind)=0{,}485$
$0{,}1925+0{,}65\cdot p=0{,}485$
$p\approx 0{,}45$



2.8

Also die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fremder ein Kind ist ist 45%.

Oder die Wahrscheinlichkeit, dass ein Besucher ein einheimisches Kind ist: $0{,}45\cdot 0{,}65\approx 0{,}2925$

Damit $\frac{100}{29{,}25}=\frac{x}{100}$
$x\approx 341{,}88$