Schriftliche Abiturprüfung – Leistungskurs – Mathematik - Nachtermin

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2013 (Nachtermin).

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den graphikfähigen Taschenrechner (GTR – hier ClassPad330) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter www.sn.schule.de/~matheabi dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: L. Wendrock (wendrock@googlemail.com) – Mathe-Lehrer.
  Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 24.07.17.
- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

Hinweise für den Teilnehmer

Teil A: Die Arbeitszeit beträgt 60 Minuten. Es sind 30 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Erlaubte Hilfsmittel sind Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung und Zeichengeräte.

Teil B: Die Arbeitszeit beträgt 240 Minuten. Es sind 90 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Erlaubte Hilfsmittel sind Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung, Zeichengeräte, grafikfähiger Taschenrechner (GTR) oder Taschenrechner mit Computer-Algebra-System CAS und Tabellen- und Formelsammlung.

Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
BE	58	55	52	49	46	43	40	37	34	31	28	25	21	17	13	0

Prüfungsinhalt

Aufgabe A

Tragen Sie die Antworten zur Aufgabe 1 auf dem vorliegenden Aufgabenblatt ein und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 2 bis 5 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Welcher Term beschreibt eine Stammfunktion der Funktion f_a mit

$f_a(x)=2\cdot a\cdot e^{\left(\frac{1}{3}\cdot x-1\right)}$ $(x\in\mathbb{R}; a\in\mathbb{R}, a\neq 0)$?

☐	☐	☐	☐	☐
$\frac{2}{3}\cdot a\cdot e^{\left(\frac{1}{3}\cdot x-1\right)}$	$2\cdot a\cdot e^{\left(\frac{1}{3}\cdot x-1\right)}$	$6\cdot a\cdot e^{\left(\frac{1}{3}\cdot x-1\right)}$	$2\cdot a\cdot e^{\left(\frac{1}{6}\cdot x^2-x\right)}$	$2\cdot a\cdot x\cdot e^{\left(\frac{1}{6}\cdot x^2-x\right)}$

1.2 Der Graph einer Funktion f besitzt im Punkt $P(1|f(1))$ folgende Eigenschaften:

(I) $f(1)=2$

(II) $f'(1)=3$

Die Gerade, welche orthogonal zur Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt P verläuft, kann beschrieben werden durch:

☐	☐	☐	☐	☐
$y=-\frac{1}{3}\cdot x+\frac{5}{3}$	$y=-\frac{1}{3}\cdot x+\frac{7}{3}$	$y=\frac{1}{3}\cdot x+\frac{5}{3}$	$y=\frac{1}{3}\cdot x+\frac{1}{3}$	$y=3\cdot x-1$

1.3 Der Graph einer gebrochen rationalen Funktion f besitzt genau zwei achsenparallele Asymptoten mit den Gleichungen $x=-1$ und $y=\frac{1}{2}$.

Die Funktion f kann durch folgenden Funktionsterm beschrieben werden

▢	▢	▢	▢	▢
$\frac{x+1}{2\cdot x-2}$	$\frac{1-x}{2-2\cdot x^2}$	$-\frac{x+1}{2\cdot x+2}$	$\frac{1+x^2}{2\cdot x^2+2}$	$\frac{x-1}{2\cdot x+2}$

1.4 Die Ebene E mit E: $3\cdot x-4\cdot z=5$

▢ schneidet die y-Koordinatenachse

▢ enthält den Punkt $Q(3|10|-1)$

▢ verläuft durch den Koordinatenursprung

▢ verläuft parallel zur y-Koordinatenachse

▢ verläuft parallel zur x-z-Koordinatenebene

1.5 Auf jeder der sechs Seitenflächen eines Würfeln steht genau eine Zahl.

Auf genau einer Seitenfläche des Würfels steht die Zahl „1“, auf genau zwei Seitenflächen steht die Zahl „2“ und auf den restlichen Seitenflächen steht die Zahl „4“.

Der Würfel wird genau dreimal geworfen.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei nur gerade Zahlen gewürfelt werden, beträgt:

▢	▢	▢	▢	▢
$\frac{5}{6}$	$\left(\frac{5}{6}\right)^3$	$1-\left(\frac{1}{6}\right)^3$	$\frac{2}{3}$	$3\cdot\frac{5}{6}$

Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 5

2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=-x^2+9 \quad (x\in\mathbb{R})$.
Für jeden Wert für u $(u\in\mathbb{R}; 0<u<3)$ sind die Punkte $A(u|0)$ und $B(u|f(u))$ Eckpunkte eines zur Ordinatenachse symmetrischen achsenparallelen Rechtecks.
Es gibt genau einen Wert für u, für den der Flächeninhalt dieses Rechtecks maximal ist.
Berechnen Sie für diesen Fall die Koordinaten des Eckpunktes B.
Geben Sie den maximalen Flächeninhalt des Rechtecks an.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

3 Gegeben sind die Geraden g und h mit g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$ $(s\in\mathbb{R})$ und

h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\3\\3\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-4\\-6\\2\end{pmatrix}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Weisen Sie nach, dass die Geraden g und h parallel, aber nicht identisch sind. Erreichbare BE-Anzahl: 02

4 Es gibt Werte für a $(a\in\mathbb{R}; a>0)$, für welche die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X angegeben werden kann durch:

x_i	-1	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}\cdot a$		$\frac{3}{8}\cdot a$	$\frac{1}{4}\cdot a$

4.1 Geben Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X=0)$ an. Erreichbare BE-Anzahl: 01

4.2 Berechnen Sie den Wert für a so, dass der Erwartungswert der Zufallsgröße X den Wert $\frac{1}{2}$ besitzt. Erreichbare BE-Anzahl: 02

Aufgabe B 1

Ein Wasserrückhaltebecken hat die Form einer geradlinig verlaufenden Rinne mit gleichbleibendem Querschnitt. Die Querschnittslinie der Rinne kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) durch den Graphen der Funktion f mit $y=f(x)=0{,}001\cdot x^3-0{,}035\cdot x^2-0{,}745\,x+1{,}136$ $(x\in\mathbb{R};-16{,}0\leq x\leq 51{,}5)$ beschrieben und dargestellt werden (siehe Abbildung).

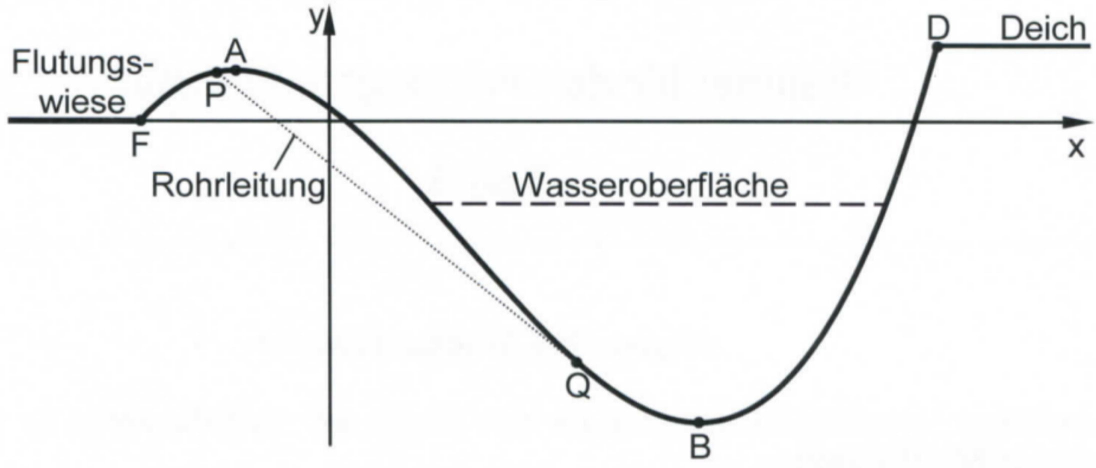


Abbildung (nicht maßstäblich)

In den Punkten A und B verlaufen die Tangenten an die Querschnittslinie der Rinne parallel zur Abszissenachse. Im Punkt $F(-16{,}0|0{,}0)$ geht die Querschnittslinie der Rinne in die Querschnittslinie der Flutungswiese über. Die Querschnittslinie der Flutungswiese liegt auf der Abszissenachse. Im Punkt $D(51{,}5|f(51{,}5))$ geht die Querschnittslinie der Rinne in die parallel zur Abszissenachse verlaufende Querschnittslinie des Deiches über.

Die Wasserstandshöhe in der Rinne wird ausgehend vom Punkt B parallel zur Ordinatenachse gemessen.

1.1. Ermitteln Sie, ab welcher Wasserstandshöhe in der Rinne die Flutungswiese überschwemmt wird.

Zwischen den Punkten A und B gibt es genau einen Punkt, in dem die Querschnittslinie der Rinne den größten Neigungswinkel zur Horizontalen besitzt. Ermitteln Sie diesen größten Neigungswinkel.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

1.2. Normalwasserstand gilt bei einer Wasserstandshöhe von 20,0 m.

Bestimmen Sie das Wasservolumen in der Rinne bei Normalwasserstand auf einer Länge von 150,0 m. Erreichbare BE-Anzahl: 4

1.3. Als Schutzmaßnahme soll die Rinne zwischen den Punkten F und D der Querschnittslinie auf einer Länge von 150,0m verfestigt werden. Dazu wird das Wasser der Rinne vollständig abgelassen.

Ermitteln Sie, wie viele Quadratmeter in diesem Fall verfestigt werden müssen. Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.4. Vom Punkt $P(-8{,}5|f(-8{,}5))$ wird eine geradlinige Rohrleitung gebaut, die im Punkt Q in die Rinne mündet. Der Durchmesser der Rohrleitung wird vernachlässigt.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes Q auf der Querschnittslinie der Rinne so, dass die Rohrleitung maximales Gefälle besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Über Pumpen wird bei Bedarf Wasser aus dem Wasserrückhaltebecken gepumpt. Die beweglichen Teile der Pumpen sitzen in Kugellagern.

Die Firma „RUND" produziert Kugellager. Erfahrungsgemäß sind 95% der produzierten Kugellager funktionstüchtig. Der Rest weist Mängel auf.

1.5. Der laufenden Produktion von Firma „RUND" werden genau 20 Kugellager zufällig entnommen und geprüft.

Geben Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse an:

Ereignis A: Mindestens 18 Kugellager sind funktionstüchtig.

Ereignis B: Kein Kugellager weist Mängel auf.

Ereignis C: Mehr als 2 aber höchstens 5 Kugellager weisen Mängel auf.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.6. Bestimmen Sie, wie viele Kugellager mindestens der laufenden Produktion von Firma „RUND" zufällig entnommen werden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von wenigstens 98,5 % mindestens ein Kugellager Mängel aufweist.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

1.7. Die Firma „DREH" bietet preiswertere Kugellager der gleichen Bauart an.

Die Firma „DREH" behauptet, mit einer geringeren Mängelquote als Firma „RUND" zu produzieren.

Um dies zu testen, werden der laufenden Produktion von Firma „DREH" genau 50 Kugellager zufällig entnommen und darauf geprüft, ob sie Mängel haben.

Die Nullhypothese sei:

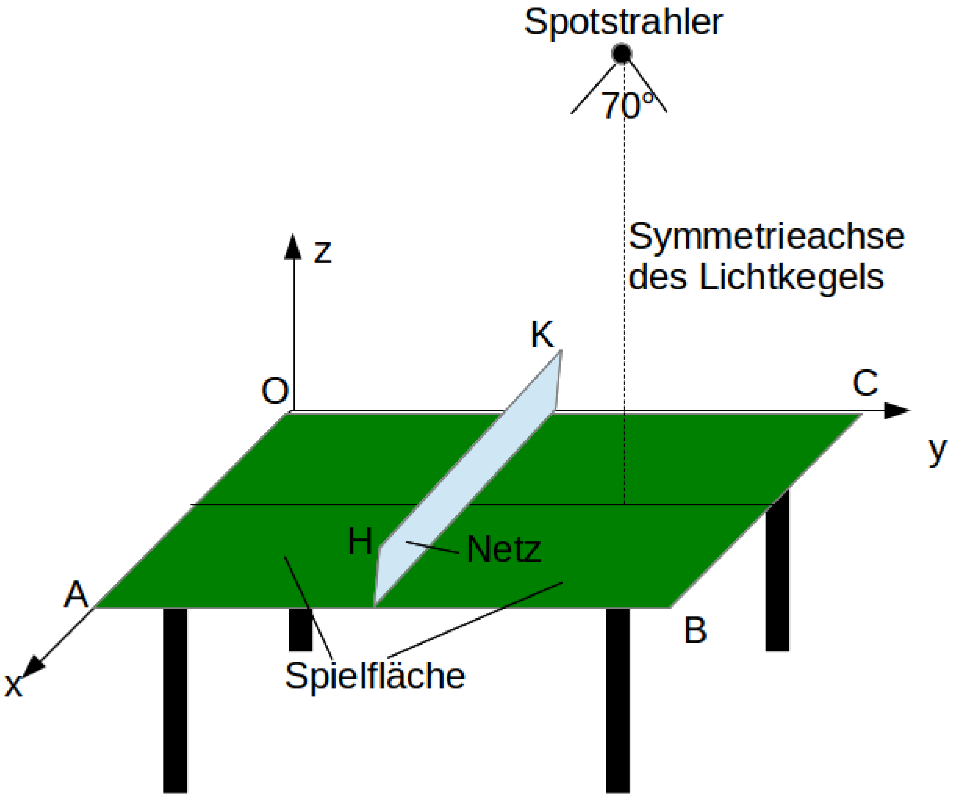
Der Anteil der von Firma „DREH" produzierten Kugellager mit Mängeln beträgt höchstens 5 %.

Bestimmen Sie den Ablehnungsbereich der Nullhypothese bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5%.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Aufgabe B 2

Eine Tischtennisplatte ist 274cm lang und 152cm breit. Das rechteckige Netz ist 15cm hoch, 152cm breit und wird über die gesamte Breite der Tischtennisplatte so gespannt, dass die Fläche der Tischtennisplatte halbiert wird. Das Netz wird so auf der Tischtennisplatte befestigt, dass die Netzunterkante die Spielfläche berührt.



Die Tischtennisplatte kann in einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung O (1 Längeneinheit entspricht 1 Zentimeter) dargestellt werden (siehe Abbildung). Die rechteckige Spielfläche der Tischtennisplatte OABC liegt in der x-y-Koordinatenebene. Die Mittellinie verläuft geradlinig durch die Mittelpunkte der Strecken $\overline{OA}$ und $\overline{BC}$.

2.

2.1. Ermitteln Sie eine Gleichung der Geraden, auf der die Netzoberkante $\overline{HK}$ liegt.

Geben Sie eine Gleichung der Ebene an, in der sich das Netz befindet.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Ein Spotstrahler mit einem Ausstrahlungswinkel von 70° soll über der Spielfläche der Tischtennisplatte angebracht werden. Die Symmetrieachse des Lichtkegels des Spotstrahlers soll dabei senkrecht zur Spielfläche der Tischtennisplatte durch den Punkt $P(76|200|0)$ der Mittellinie verlaufen.

2.2. Der Schatten des Netzes bleibt zunächst unberücksichtigt.

Der Spotstrahler soll in einer Höhe von 180 cm über der Spielfläche der Tischtennisplatte angebracht werden.

Weisen Sie nach, dass in diesem Fall der Lichtkegel die Spielfläche nicht vollständig ausleuchtet.

Bestimmen Sie die Mindesthöhe des Spotstrahlers über der Spielfläche der Tischtennisplatte so, dass sein Lichtkegel die Spielfläche vollständig ausleuchtet. Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.3. Der Spotstrahler wird im Punkt $(76|200|306)$ angebracht. Das vom Licht des Spotstrahlers angestrahlte Iichtundurchlässige Netz erzeugt auf der Spielfläche der Tischtennisplatte einen rechteckigen Schatten.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Fläche dieses Schattens an der Spielfläche der Tischtennisplatte. Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.4. Ein Tischtennisball wird zunächst idealisiert als punktförmig betrachtet. Seine Bewegung wird beim Spiel in den folgenden Situationen als geradlinig angenommen.

Ein Ball wird im Punkt $Q(76|0|60)$ getroffen und in Richtung des Punktes $R(76|100|30)$ gespielt. Er trifft auf der Spielfläche im Punkt Z auf und bewegt sich auf der Grundlage des Reflexionsgesetzes weiter.

Begründen Sie, dass sich der Ball parallel zur y-z-Koordinatenebene bewegt.

Berechnen Sie, in welcher Höhe über der Netzoberkante der Ball das Netz überquert.

Weisen Sie nach, dass sich der Ball nach dem Auftreffen im Punkt Z entlang der Geraden g mit g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 76 \\ 200 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (r \in \mathbb{R})$ bewegt.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

Für einen kugelförmigen Tischtennisball, der bei Tischtennis-Wettbewerben verwendet werden kann, sind die Eigenschaften (I) und (II) wie folgt vorgeschrieben:

(I) Für den Durchmesser d des Tischtennisballs gilt $39{,}5\,mm \leq d \leq 40{,}5\,mm$.

(II) Für die Masse m des Tischtennisballs gilt: $2{,}4\,g \leq m \leq 3{,}0\,g$.

In den beiden Firmen „PING“ und „PONG“ werden Tischtennisbälle hergestellt.

2.5. Die Masse und der Durchmesser der in der Firma „PING" hergestellten Tischtennisbälle können annähernd als normalverteilt angenommen werden.

Erfahrungsgemäß beträgt der Erwartungswert des Durchmessers 40,0mm. Die Standardabweichung des Durchmessers beträgt 0,2mm.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein der Produktion der Firma „PING“ zufällig entnommener Tischtennisball die Eigenschaft (I) erfüllt.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein der Produktion der Firma „PING“ zufällig entnommener Tischtennisball die Eigenschaft (ll) erfüllt, beträgt 87%.

Erfahrungsgemäß beträgt der Erwartungswert der Masse der in der Firma „PING“ produzierten Tischtennisbälle 2,7 g.

Ermitteln Sie die Standardabweichung der Masse der in der Firma „PING“ produzierten Tischtennisbälle.

Erreichbare BE-Anzahl 04

2.6. In der Firma „PONG" erfüllen 97,0% der dort produzierten Tischtennisbälle die Eigenschaft (I). Davon erfüllen 92,5% auch die Eigenschaft (II). Von den in Firma “PONG“ produzierten Tischtennisbällen, die nicht die Eigenschaft (I) erfüllen, erfüllen auch 35,0 % nicht die Eigenschaft (II).

Ein der laufenden Produktion von Firma „PONG“ zufällig entnommener Tischtennisball erfüllt die Eigenschaft (II).

Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit dieser Tischtennisball auch die Eigenschaft (I) erfüllt.

Erreichbare BE-Anzahl 02

Lösungsvorschläge

Teil A

1 pro richtig gesetztes Kreuz 1BE: Feld 3, Feld 2, Feld 5, Feld 4, Feld 2

2 HB: $A=a\cdot b$ NB: $f(a)=b$ ZF: $A(a)=a\cdot f(a)$
$A(a)=-a^3+9\text{a}$

Extremum ermitteln:

$$\begin{aligned} A'(a)&=-3\text{a}^2+9\\ 0&=-3\text{a}^2+9\\ 3&=a^2\\ a&=\pm\sqrt{3}\end{aligned}$$

Dabei entfällt die negative Lösung

==> $A(\sqrt{3})=-\sqrt{3}^3+9\sqrt{3}=-\sqrt{3}\cdot 3+9\cdot\sqrt{3}=12\sqrt{3}$

also die gesamte Fläche $2(-\sqrt{3}^3+9\sqrt{3})$

Der Eckpunkt B hat die Koordinaten $B(\sqrt{3}|6)$

3 parallel, da $\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}=-\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}-4\\-6\\2\end{pmatrix}$,

nicht identisch, da $\begin{pmatrix}0\\3\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$ für die ersten Zeile t=-1 und die letzte t=-3 ergibt

4.1 $P(X=0)=1-\frac{3}{4}a$

4.2 $$\begin{aligned} E(X)&=-\frac{1}{8}a+\frac{3}{8}a+\frac{4}{8}a=\frac{1}{2}\\ a&=\frac{2}{3}\end{aligned}$$

Teil B1

1.1 Max ermitteln (-7.94 / 4.34)

Min ermitteln (31.27 / -25.81)

Überflutung bei 25.81+4.34=30.15m

Wendepunkt graphisch ermitteln (11.67/-10.73)

erste Ableitung bei 11.67 graphisch ermitteln m=-1.153

Mit $m=\tan\alpha$ ergibt sich $\alpha\approx-49{,}06°$

1.2 über Graphikmenü die x-Werte für y=-5.81 ermitteln

$\begin{matrix} x_1\approx7.33 \\ x_2\approx47.59 \end{matrix}$ und dann $150\cdot\int_{7.33}^{47.59} -5.81-f(x)\,dx\approx77284{,}24$ m^3

1.3 Bogenlänge mal Breite $150\cdot\int_{-16}^{51.5}\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx\approx15061{,}45$ m^2

1.4 $P(-8.5|4.326)$

m berechnet sich aus $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(-8{,}5)-f(x_Q)}{-8{,}8-x_Q}$

davon das Minimum $(21.75|-0.848)$

Dann ist $Q(21.75|-21.34)$

1.5 $B_{20/0.95}$

A: $1-binomialcdf(17{,}20{,}0.95)\approx0.9245$

B: $0.95^{20}\approx0.3585$

C: $binomialpdf(15{,}20{,}0.95)+binomialpdf(16{,}20{,}0.95)+binomialpdf(17{,}20{,}0.95)\approx0.0752$

1.6 $\begin{matrix} 1-P(kein\,defekt)=1-0.95^k=0.985 \\ k\approx81.876 \end{matrix}$ also mindestens 82

1.7 H_0 p=0.05

$1-binomialCDf(k{,}50{,}0.05)\le0{,}05$

testen für verschiedene k ergibt k=4 ==> p=0,10362

k=5 ==> p=0,03778

also von (6 bis 50) defekte Kugellager wird abgelehnt

Teil B2

2.

2.1 H(152/137/15) K(0/137/15)

$$\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\137\\15\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{x}=\begin{pmatrix}0\\137\\15\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

2.2 Stellt man sich ein rechtwinkliges Dreieck durch P, parallel zur y-z-Ebene vor, kann man mit dem Tangens rechnen:

$\tan 35°=\frac{g}{180}$ also $g\approx 126$, da die Platte aber von P aus noch 200 nach links weitergeht, strahlt der Lichtkegel nicht alles aus.

Für die minimale Höhe berechne man zunächst die Entfernung des Punktes A zum Punkt P, da er am weitesten entfernt ist: $\sqrt{76^2+200^2}\approx 213{,}95$

Nun kann mit dem Tangens zu Höhe ermittelt werden:

$\tan 35°=\frac{213{,}95}{h}$ ergibt $h\approx 305.55$ also 306cm

2.3 Die Mitte der Netzoberkante ist M(76/137/15)

Nun eine Gerade durch Spot und M

$\vec{x}=\begin{pmatrix}76\\200\\306\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}0\\-63\\-291\end{pmatrix}$ setzt man hier z=0 erhält man $r=\frac{102}{97}$

Nun noch das gefundene r in die Geradengleichung einsetzen und der „letzte" Lichtstrahl trifft bei (76/133,75/0) auf die Platte.

Die Fläche berechnet sich dann $152\cdot(137-133{,}75)=494$

Das sind 1.19% der ganzen Platte.

2.4 Da sich x nicht ändert, bewegt sich der Ball parallel zur y-z-Ebene

$$\vec{x}=\begin{pmatrix}76\\0\\60\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}0\\100\\-30\end{pmatrix}$$

Die Netzoberkante ist bei y=137, also $\begin{aligned}137&=0+t\cdot 100\\ t&=1.37\end{aligned}$

Für den z-Wert ergibt sich dann $z=60+1.37\cdot(-30)=18.9$ also 3.9 cm über der Netzoberkante.

Das Auftreffen erfolgt bei z=0 also $\begin{aligned}0&=60+t\cdot(-30)\\ t&=2\end{aligned}$

$$\vec{x}=\begin{pmatrix}76\\0\\60\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}0\\100\\-30\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}76\\200\\0\end{pmatrix}$$

Der Richtungsvektor stimmt auch, da nach dem Reflexionsgesetz sich das Vorzeichen der z-Koordinate ändern muss. Nun nur noch den Richtungsvektor durch 10 dividieren...

2.5 $normcdf(39.5,40.5,0.2,40)\approx 0.9876$

$solve(normcdf(2.4,3.0,x,2.7)=0.87)$ ergibt 0.1981

2.6 Mit einem Baumdiagramm oder der Formel von Bayes kommt man auf

$$\frac{0.97\cdot 0.925}{0.97\cdot 0.925+0.03\cdot 0.65}\approx 0.9787$$