Schriftliche Abiturprüfung – Leistungskurs – Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2013, wie sie vom Sächsischen Staatsministeriums für Kultus auf dem Sächsischen Schulserver (www.sachsen-macht-schule.de) veröffentlicht wurden.

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den graphikfähigen Taschenrechner (GTR – hier ClassPad330) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter www.sn.schule.de/~matheabi dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf.
- Die **offiziellen** Abituraufgaben werden nach Beendigung der Prüfungsphase auf dem Sächsischen Schulserver veröffentlicht.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: L. Wendrock (wendrock@googlemail.com) – Mathe-Lehrer.
  Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 24.07.17.
- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

Hinweise für den Teilnehmer

Teil A: Die Arbeitszeit beträgt 60 Minuten. Es sind 15 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Erlaubte Hilfsmittel sind Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung und Zeichengeräte.

Teil B: Die Arbeitszeit beträgt 240 Minuten. Es sind 45 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Erlaubte Hilfsmittel sind Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung, Zeichengeräte, grafikfähiger Taschenrechner (GTR) oder Taschenrechner mit Computer-Algebra-System CAS und Tabellen- und Formelsammlung.

Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
BE	58	55	52	49	46	43	40	37	34	31	28	25	21	17	13	0

Prüfungsinhalt

Aufgabe A

Tragen Sie die Antworten zur Aufgabe 1 auf dem vorliegenden Aufgabenblatt ein und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 2 und 3 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Der größtmögliche Definitionsbereich D_f der Funktion f mit $f(x)=\ln(2\cdot x-3)$ ist

- ☐ $D_f=\{x|x\in\mathbb{R}\}$
- ☐ $D_f=\left\{x\middle|x\in\mathbb{R}, x<\frac{3}{2}\right\}$
- ☐ $D_f=\{x|x\in\mathbb{R}, x>0\}$
- ☐ $D_f=\left\{x\middle|x\in\mathbb{R}, x\geq\frac{3}{2}\right\}$
- ☐ $D_f=\left\{x\middle|x\in\mathbb{R}, x>\frac{3}{2}\right\}$

1.2 Für jeden Wert für k ($k \in \mathbb{R}$) ist die Funktion g_k gegeben mit $g_k(x) = 4 \cdot e^{-k \cdot x}$ ($x \in \mathbb{R}$).

Für welchen Wert für k gilt $g_k'(0) = -\frac{1}{2}$?

▢	▢	▢	▢	▢
$k=-8$	$k=-\frac{1}{8}$	$k=0$	$k=\frac{1}{8}$	$k=8$

1.3 Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = \frac{x^2-9}{x+3}$ ($x \in D_h$).

Für $\lim\limits_{x \to -3} \frac{x^2-9}{x+3} = u$ gilt:

▢	▢	▢	▢	▢
$u=-6$	$u=-3$	$u=0$	$u=3$	$u=6$

1.4 Für jeden Wert für a ($a \in \mathbb{R}$) ist die Ebene E_a mit $E_a: 2 \cdot x + a \cdot y - 6 \cdot z = 12$ gegeben.

Für welchen Wert für a verläuft die Gerade g mit

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$ ($t \in \mathbb{R}$) parallel zur Ebene E_a ?

▢	▢	▢	▢	▢
$a=-40$	$a=-1$	$a=1$	$a=40$	$a=42$

1.5 Gegeben ist die Menge aller Ebenen $E_{a,b,d}$ mit $E_{a,b,d}: a \cdot x + b \cdot y = d$

($a, b, d \in \mathbb{R}, a \neq 0, b \neq 0, d \neq 0$). Jede dieser Ebenen kann in einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung O dargestellt werden.

Welche Aussage ist für jede Ebene $E_{a,b,d}$ dieser Menge wahr?

▢ Die Ebene $E_{a,b,d}$ verläuft senkrecht zur z-Koordinatenachse

▢ Der Koordinatenursprung O liegt in der Ebene $E_{a,b,d}$.

▢ Die Ebene $E_{a,b,d}$ verläuft parallel zur x-y-Koordinatenebene.

▢ Die Ebene $E_{a,b,d}$ verläuft orthogonal zur x-y-Koordinatenebene.

▢ Die Ebene $E_{a,b,d}$ schneidet die z-Koordinatenachse im Punkt $S(0|0|d)$.

Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 5

2 An einer Mathematikklausur nahmen genau 23 Schüler teil.

In dieser Klausur bearbeiteten die teilnehmenden Schüler genau zwei Aufgaben, eine Geometrie- und eine Analysisaufgabe.

Das Ergebnis dieser Klausur ist in folgenden zwei Aussagen zusammengefasst:

(1) Genau 11 Schüler haben die Analysisaufgabe richtig gelöst. Von diesen 11 Schülern haben genau 4 auch die Geometrieaufgabe richtig gelöst.

(2) Genau 16 Schüler haben genau eine der beiden Aufgaben richtig gelöst.

Ermitteln Sie, wie viele der teilnehmenden Schüler die Geometrieaufgabe richtig gelöst haben.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

3 Für jeden Wert für t ($t \in \mathbb{R}, t > 0$) ist die Funktion f_t mit $f_t(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - t \cdot x^2$ ($x \in \mathbb{R}$) gegeben.

3.1 Alle lokalen Minimumpunkte der Graphen der Funktionen f_t liegen auf dem Graphen einer Funktion h.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion h.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

3.2 Berechnen Sie den Wert für t, für den gilt: $\int_0^1 f_t(x)\,dx = \frac{1}{24}$.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Aufgabe B 1

Eine Firma stellt Endstücke für Gardinenstangen her, welche die Form eines Rotationskörpers haben.

Ein solches Endstück kann in einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung O (1 Längeneinheit entspricht 1 Zentimeter) durch die Rotation der Graphen der Funktionen f und g um die x-Koordinatenachse beschrieben werden.

Dabei rotiert im Intervall $0{,}0 \le x \le 11{,}0$ der Graph der Funktion f mit $y = f(x) = 0{,}008 \cdot x^3 - 0{,}180 \cdot x^2 + 1{,}200 \cdot x$ ($x \in \mathbb{R}$) und im Intervall $11{,}0 \le x \le 15{,}0$ der Graph der Funktion g mit $y = g(x) = 0{,}144 \cdot x + 0{,}484$ ($x \in \mathbb{R}$).

Dieses Endstück besitzt zunächst keinen Hohlraum.

Das Endstück wird durch eine Ebene geschnitten, welche die x- und y-Koordinatenachse enthält. Dabei entsteht die in Abbildung 1 dargestellte Schnittfläche.

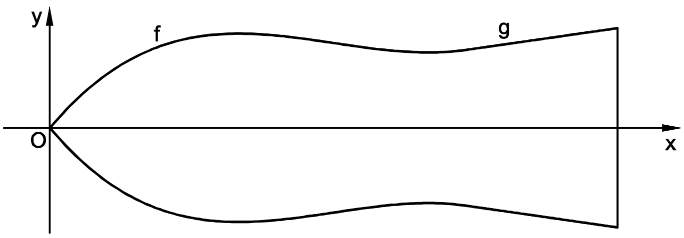


Abbildung 1: (nicht maßstäblich)

1.1. Weisen Sie nach, dass der Graph der Funktion f im Punkt $P(11{,}0|f(11{,}0))$ tangential (ohne Knick) in den Graphen der Funktion g übergeht.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

1.2. An jeder Stelle x ($x \in \mathbb{R}, 0{,}0 \le x \le 15{,}0$) besitzt das Endstück einen Durchmesser.

Ermitteln Sie den größten Durchmesser des Endstücks.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

1.3. Das aus Eichenholz hergestellte Endstück besitzt eine Dichte von $0{,}8 \frac{g}{cm^3}$. Zum Befestigen an der Gardinenstange wird ausgehend vom Mittelpunkt M der ebenen Begrenzungsfläche des Endstücks und senkrecht zu dieser ein 10,0 cm tiefer, zylinderförmiger Hohlraum mit dem Durchmesser 3,0 cm gebohrt (siehe Abbildung 2).

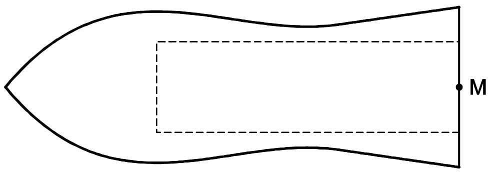


Abbildung 2 (nicht maßstäblich)

Ermitteln Sie die Masse des Endstücks nach der Bohrung.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.4. Zum Verpacken des Endstücks stellt die Firma ein ebenfalls rotationssymmetrisches Behältnis her. Ein solches Behältnis entsteht durch Rotation der Geraden h mit $y=h(x)=m\cdot x+n$ ($x\in\mathbb{R}, m\in\mathbb{R}, n\in\mathbb{R}$) im Intervall $0{,}0\leq x\leq 15{,}0$ um die x-Koordinatenachse. Die Gerade h verläuft durch den Punkt $R(15{,}5|3{,}5)$.

Für genau einen Wert für m wird das Volumen des dabei entstehenden Behältnisses minimal.

Berechnen Sie für diesen Fall den Durchmesser des Behältnisses an der Stelle $x=0{,}0$.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.5. Die Endstücke werden von der Firma mit zwei Maschinen produziert. Maschine A produziert 60 % und Maschine B produziert 40 % der Gesamtproduktion.

Erfahrungsgemäß sind 96 % der von Maschine A produzierten Endstücke und 94 % der von Maschine B produzierten Endstücke normgerecht.

Der Gesamtproduktion der Firma wird ein Endstück zufällig entnommen. Es ist nicht normgerecht.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses Endstück von der Maschine A produziert wurde.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.6. Die Herstellung eines Endstücks kostet die Firma 3,20 €.

Die Firma liefert die Endstücke zu einem Preis von 7,00 € je Stück an eine Handelskette.

Trotz Qualitätskontrollen werden erfahrungsgemäß 2% nicht normgerechte Endstücke ausgeliefert. Erfahrungsgemäß werden nur 65% der gelieferten nicht normgerechten Endstücke reklamiert und die Firma muss nur für diese den Preis von 7,00 € je Stück an die Handelskette zurückerstatten.

Berechnen Sie den Gewinn, den die Firma für ein an die Handelskette geliefertes Endstück erwarten kann.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Aufgabe B 2

In einer Burganlage einer sächsischen Stadt befindet sich ein Turm. Er hat die Form eines geraden Prismas ABCDEFGH, auf dessen Deckfläche EFGH eine vierseitige Pyramide als Dach aufgesetzt ist. Die Strecke AE ist eine Kante des Prismas. Die Eckpunkte der Deckfläche des Prismas und die entsprechenden Eckpunkte der Grundfläche der Pyramide sind identisch.

Der Turm kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) dargestellt werden.

Die Punkte $A(4{,}0|-8{,}0|0{,}0)$, $B(10{,}0|-1{,}0|0{,}0)$ und $C(3{,}0|5{,}0|0{,}0)$ sind Eckpunkte der Grundfläche ABCD des Turms. Die Höhe des Turms ohne Dach beträgt 18,0 m.

2.

2.1. Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenklig und rechtwinklig ist.

Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes D so, dass die Grundfläche ABCD des Turms ein Quadrat ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Die Spitze S des Daches des Turms mit der quadratischen Grundfläche ABCD besitzt die Koordinaten $S(3{,}5|-1{,}5|h)$ ($h \in \mathbb{R}, h > 18{,}0$).

2.2. Begründen Sie, dass das Dach des Turms die Form einer geraden Pyramide besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.3. Die Punkte E und F liegen in der Ebene ϵ_h mit $\epsilon_h: 7\cdot(h-18)\cdot x - 6\cdot(h-18)\cdot y + 42{,}5\cdot z = 76\cdot h - 603$.

Weisen Sie nach, dass die komplette Teildachfläche EFS in ϵ_h liegt.

Der Neigungswinkel jeder dreieckigen Teildachfläche zur Fläche EFGH beträgt 47,3°.

Bestimmen Sie das Volumen dieses Turms einschließlich des Daches.

Erreichbare BE-Anzahl: 07

2.4. Gegenüber dem Turm befindet sich das Burgwächterhaus.

Eine Fassade des Burgwächterhauses zeigt zur Fassade BCGF des Turms und liegt in der Ebene η . Die beiden Fassaden liegen parallel zueinander und haben einen Abstand von 23,0 m.

Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene η .

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Im Burgwächterhaus hat der Heimatverein des Ortes seine Räumlichkeiten. Mit einer Werbeaktion versucht der Verein, seine Aktivitäten noch stärker in der Öffentlichkeit bekannt zu machen. Dazu entwickelte er einen Flyer.

2.5. Die ausführende Druckerei hatte während der Herstellung der Flyer ein Maschinenproblem, so dass Bilder auf dem Flyer mit Farbfehlern oder unvollständig wiedergegeben sind. Beide Fehlerarten traten unabhängig voneinander auf.

Die Druckerei bemerkte die Fehldrucke erst, nachdem alle Flyer bereits gedruckt waren. Nach einer Recherche wird geschätzt, dass 90 % der gedruckten Flyer fehlerfrei gedruckt wurden und auf 3 % der gedruckten Flyer Bilder mit Farbfehlern auftreten.

Berechnen Sie entsprechend dieser Schätzung die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Flyer des Druckauftrages genau eine der beiden Fehlerarten aufweist.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.6. Die gedruckten Flyer wurden in der Stadt verteilt.

Der Vorsitzende des Heimatvereines vermutet, dass der Bekanntheitsgrad der Aktivitäten des Heimatvereins in der Bevölkerung vor der Verteilung der Flyer bei höchstens 40 % lag. Nach der Verteilung der Flyer wird vermutet, dass sich dieser Anteil erhöht hat.

Um dies zu testen, führen Vereinsmitglieder nach der Verteilung der Flyer eine Befragung unter 100 zufällig ausgewählten Personen in der Stadt durch.

Die Vereinsmitglieder formulieren folgende Nullhypothese:
Der Bekanntheitsgrad der Aktivitäten des Heimatvereins in der Bevölkerung liegt nach der Verteilung der Flyer immer noch bei höchstens 40 %.

Ermitteln Sie den Ablehnungsbereich der Nullhypothese bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5 %.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

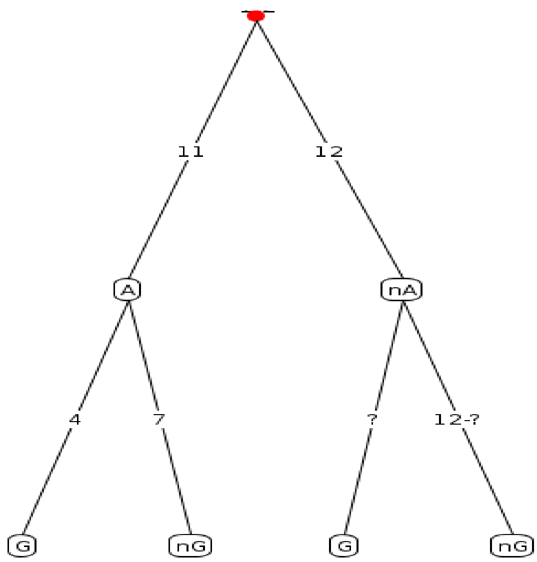
Lösungsvorschläge

Teil A

1 pro richtig gesetztes Kreuz 1BE: Feld 5, Feld 4, Feld 1, Feld 4, Feld 4

2 Aus dem nebenstehenden Baum kann man ablesen, dass 7 Schüler Analysis korrekt und gleichzeitig Geometrie falsch haben. Das bedeutet, dass 7+?=16 sein muss, also **?=9**.

Das bedeutet, dass 9+4=**13** Schüler die Geometrieaufgabe korrekt gelöst haben.



3.1 $f_t'(x)=x^2-2\text{tx}$

$f_t''(x)=2\text{x}-2\text{t}$

$0=x^2-2\text{tx}$

$0=x(x-2\text{t})$

$x_1=0 \quad x_2=2\text{t}$

da t>0 folgt

$f_t''(0)=2\cdot 0-2\text{t}=-2\text{t}<0$ also ein Maximum

$f_t''(2\text{t})=2\cdot 2\text{t}-2\text{t}=2\text{t}>0$ also ein Minimum

der x-Wert der Minima ist somit x=2t und damit $t=\frac{x}{2}$

der y-Wert wird errechnet aus $f_t(2t)=\frac{1}{3}(2t)^3-t(2t)^2=-\frac{4}{3}t^3$

den x-Wert einsetzen ergibt $h(x)=-\frac{4}{3}\left(\frac{x}{2}\right)^3=\underline{\underline{-\frac{1}{6}x^3}}$

3.2

$$\int_0^1 \frac{1}{3}x^3-tx^2\,dx=\frac{1}{24}$$

$$\left[\frac{1}{12}x^4-\frac{t}{3}x^3\right]_0^1=\frac{1}{24}$$

$$\frac{1}{12}-\frac{t}{3}=\frac{1}{24}$$

$$t=\underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$

Teil B1

1.1 $f(11)=0{,}008\cdot 11^3-0{,}18\cdot 11^2+1{,}2\cdot 11=2{,}068$

$g(11)=0{,}144\cdot 11+0{,}484=2{,}068$

$f'(x)=3\cdot 0{,}008\,x^2-2\cdot 0{,}18\,x+1{,}2$

$f'(11)=0{,}144$ $\qquad g'(x)=0{,}144$

1.2 Mit dem Taschenrechner bekommt man das Maximum von f(x) $P_{Max}(5|2{,}5)$

An der Stelle x=15 ist aber g(15)=2,644!

Das globale Maximum ist also 2,644 und damit der größte Durchmesser=5,288cm.

1.3 $M=M_{vorher}-M_{Bohrung}$

$V_{vorher}=\Pi\int_0^{11}(f(x))^2dx+\Pi\int_{11}^{15}(g(x))^2dx\approx 149{,}28+70{,}10=219{,}38$ und

$V_{Bohrung}=\Pi\, 1{,}5^2\cdot 10\approx 70{,}69$

damit ist $V=V_{vorher}-V_{Bohrung}\approx 148{,}7$ also $M=148{,}7\cdot 0{,}8\approx\underline{\underline{119}}$ also 119g

1.4 Das Volumen wird genau dann minimal, wenn die Verpackung das Werkstück berührt, also die gesuchte Gerade den Graph von f berührt.

$f(x)=0{,}008\,x^3-0{,}18\,x^2+1{,}2\,x$

$g(x)=mx+n$ berühren bedeutet

1. einen Punkt gemeinsam $0{,}008\,x^3-0{,}18\,x^2+1{,}2\,x=mx+n$

2. gleichen Anstieg $3\cdot 0{,}008\,x^2-2\cdot 0{,}18\,x+1{,}2=m$

außerdem soll die Gerade durch den Punkt $R(15{,}5|3{,}5)$ gehen, also

3. $3{,}5=m\cdot 15{,}5+n$

Die drei Gleichungen bilden ein dreidimensionales Gleichungssystem, das man mit den Taschenrechner lösen könnte. (beim ClassPad330 reicht der Speicher nicht aus).

Deshalb Gleichung 3. umformen und in Gleichung 1. einsetzen

$n=3{,}5-m\cdot 15{,}5$ in 1. $0{,}008\,x^3-0{,}18\,x^2+1{,}2\,x=mx+3{,}5-m\cdot 15{,}5$

und Gleichung 2. in Gleichung 1. einsetzen

$$0{,}008\,x^3-0{,}18\,x^2+1{,}2\,x=(3\cdot 0{,}008\,x^2-2\cdot 0{,}18\,x+1{,}2)\cdot x+3{,}5-(3\cdot 0{,}008\,x^2-2\cdot 0{,}18\,x+1{,}2)\cdot 15{,}5$$

mit Solve oder graphischer Lösung erhält man $x_1\approx 4{,}32$ $x_2\approx 12{,}03$ und $x_3\approx 18{,}15$. Nur x_1 kommt in Frage.

m ist dann 0,093

n ist dann 2,059

Damit ist der gesuchte Durchmesser $2\cdot 2{,}059=4{,}118\,cm$

Alternativer Lösungsweg von M. Günther:

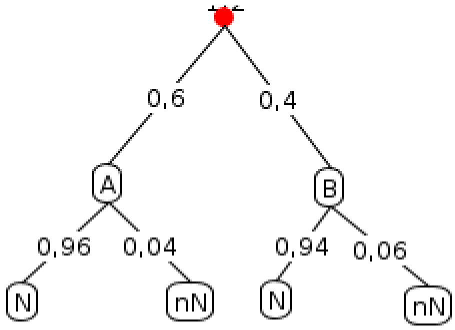
aus $m=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ wird: $f'(x)=\frac{3{,}5-f(x)}{15{,}5-x}$ und ergibt $x_1=4{,}323577$

Daraus wir dann $m=0{,}092152$ und $n=2{,}071645$

Damit ist der gesuchte Durchmesser $4{,}143\,cm$

1.5 mit dem Baumdiagramm und der Bayesschen Formel wird die gesuchte Wahrscheinlichkeit berechnet:

$$P_{nN}(A)=\frac{0{,}6\cdot 0{,}04}{0{,}6\cdot 0{,}04+0{,}4\cdot 0{,}06}=0{,}5$$



1.6 Für den Gewinn der Firma gibt es nur zwei Fälle:

1. Das Werkstück wird nicht reklamiert. Dann macht sie 7-3,2=3,8 Gewinn.

2. Das Werkstück wird reklamiert. Dann macht sie 3,2 Verlust.

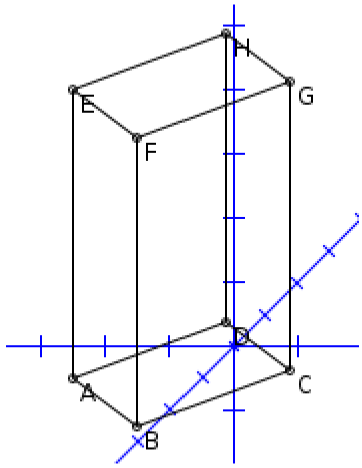
Die Wahrscheinlichkeit von 1. ist $0{,}98+0{,}02\cdot 0{,}35$.

Die Wahrscheinlichkeit von 2 ist $0{,}02\cdot 0{,}65$.

Damit ergibt sich der Erwartungswert

$$E(X)=3{,}8(0{,}98+0{,}02\cdot 0{,}35)-3{,}2(0{,}02\cdot 0{,}65)=3{,}709\approx 3{,}71$$

Teil B2



2.

2.1 $|\overline{AB}|=\sqrt{(10-4)^2+(-1-(-8))^2+0^2}=\sqrt{85}$
$|\overline{BC}|=\sqrt{(3-10)^2+(5-(-1))^2+0^2}=\sqrt{85}$ also gleichschenklig

Skalarprodukt $\vec{BA}\circ\vec{BC}=\begin{pmatrix}-6\\-7\\0\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}-7\\6\\0\end{pmatrix}=42-42=0$ also rechtwinklig

$\vec{OD}=\vec{OC}+\vec{BA}=\begin{pmatrix}3\\5\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-6\\-7\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-2\\0\end{pmatrix}$ also $D(-3|-2|0)$

2.2 zu zeigen ist, dass S über dem Mittelpunkt des Quadrates ABCD liegt.

$$M_{ABCD}=M_{AC}=\left(\frac{4+3}{2}\middle|\frac{-8+5}{2}\middle|\frac{0+0}{2}\right)=(3{,}5|-1{,}5|0)$$

2.3 Laut Aufgabenstellung liegen E und F in der Ebene. Es muss also nur noch gezeigt werden, dass auch S in der Ebene liegt. Die Koordinaten für S werden also in die Ebenengleichung eingesetzt:

$$\begin{aligned}\epsilon_h: 7\cdot(h-18)\cdot 3{,}5-6\cdot(h-18)\cdot(-1{,}5)+42{,}5\cdot h&=76\cdot h-603\\ 24{,}5\,h-441+9\,h-162+42{,}5\,h&=76\,h-603\\ 76\,h-603&=76\,h-603\end{aligned}$$

Um das Volumen auszurechnen, benötigt man die Höhe der Dachpyramide:

Stützdreieck mit S, Mittelpunkt von EF und Mittelpunkt von EG

$M_{EF}(7|-4{,}5|18)$ $\quad M_{EG}(3{,}5|-1{,}5|18)$

Damit ist eine Seite des Dreiecks $a=\sqrt{3{,}5^2+3^2+0^2}=\sqrt{21{,}25}$.

Da a in einem rechtwinkligen Dreieck die Ankathete ist und die Gegenkathete gesucht wird, gilt $h=\tan 47{,}3\cdot\sqrt{21{,}25}\approx 5{,}0$

Da Volumen errechnet sich dann

$$V_{Turm}=V_{Pyramide}+V_{Prisma}=\frac{1}{3}\cdot 85\mathrm{m}^2\cdot 5\mathrm{m}+85\mathrm{m}^2\cdot 18\mathrm{m}\approx 1671.67\mathrm{m}^3$$

2.4 Zunächst braucht man den Normalenvektor der Ebene BCF

$$crossP(\vec{BC},\vec{BF}) = crossP\left(\begin{pmatrix}-7\\6\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\18\end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix}108\\126\\0\end{pmatrix}$$

als Normalenvektor kann man auch $\vec{n} = \begin{pmatrix}108\\126\\0\end{pmatrix} : 18 = \begin{pmatrix}6\\7\\0\end{pmatrix}$ verwenden.

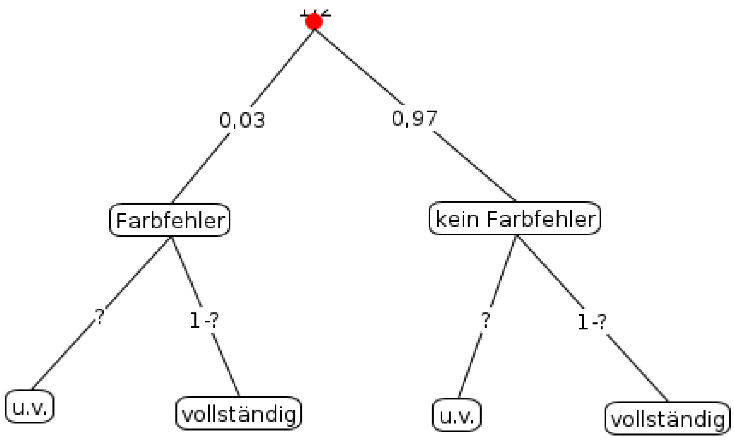
Nun noch einen Punkt der gesuchten Ebene:

$$\vec{OP} = \vec{OB} + 23\cdot\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} = \begin{pmatrix}10\\-1\\0\end{pmatrix} + 23\cdot\begin{pmatrix}6\\7\\0\end{pmatrix} : \sqrt{85} = \begin{pmatrix}10+\frac{138}{\sqrt{85}}\\-1+\frac{161}{\sqrt{85}}\\0\end{pmatrix} \quad \text{also} \quad P\left(10+\frac{138}{\sqrt{85}}\middle|-1+\frac{161}{\sqrt{85}}\middle|0\right)$$

Den Punkt P einsetzen $6\cdot\left(10+\frac{138}{\sqrt{85}}\right)+7\cdot\left(-1+\frac{161}{\sqrt{85}}\right)+0\cdot 0 = 53+23\cdot\sqrt{85}$

Damit ist die Ebenengleichung $\underline{\underline{6\cdot x+7\cdot y=53+23\cdot\sqrt{85}}}$

2.5 Da die Flyer ohne Fehler 90% ausmachen, muss der rechte Zweig, der ja die fehlerfreien Flyer darstellt die Wahrscheinlichkeit von 0,9 bekommen.



also $\begin{aligned}0{,}9 &= 0{,}97\cdot(1-?)\\ ? &\approx 0{,}0722\end{aligned}$

Damit kann man die Wahrscheinlichkeit für genau einen der beiden Fehler mit den Pfadregeln berechnen:

$$P(\textit{genau ein Fehler}) = 0{,}03\cdot 0{,}9278+0{,}97\cdot 0{,}0722 \approx 0{,}0979$$

2.6 H_0 : höchstens 40%

Die Personen kennen entweder die Aktivitäten des Vereins oder nicht
==> Binomialverteilung mit n=100, p=0,4

$\alpha \le 0{,}05$

Damit also $P(X\ge k)\le 0{,}05$ mit gesuchtem k.

also $P(X\le k-1)\ge 0{,}95$ was mit dem Taschenrechner $binomialCDF(k-1,100,0.4)\ge 0{,}95$ entspricht

Nun kann man für k ein paar Werte einsetzen:

k=50 $binomialCDF(49,100,0.4) = 0{,}9729$

k=49 $binomialCDF(48,100,0.4) = 0{,}9577$

k=48 $binomialCDF(47,100,0.4) = 0{,}9362$

Oder mit einem Taschenrechnerbefehl $invBinomialCDF(0{,}95, 100, 0{,}4) = 48$

Damit ist der Ablehnungsbereich $\overline{A} = \{49; 50; 51; ...; 100\}$