

Schriftliche Abiturprüfung – Leistungskursfach – Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	1
Material für den Prüfungsteilnehmer	2
Allgemeine Arbeitshinweise	2
Prüfungsinhalt.....	2
Pflichtaufgaben.....	2
Teil A: Analysis.....	2
Teil B: Geometrie / Algebra	3
Teil C: Stochastik	3
Teil D: Wahlaufgaben	4
Aufgabe D 1: Analysis	4
Aufgabe D 2: Geometrie / Algebra	5
Lösungsvorschläge.....	6
Teil A.....	6
Teil B.....	6
Teil C.....	9
Teil D1.....	10
Teil D2.....	10

Vorwort

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2008, wie sie vom Sächsischen Staatsministeriums für Kultus auf dem Sächsischen Schulserver (www.sachsen-macht-schule.de) veröffentlicht wurden.

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den graphikfähigen Taschenrechner (GTR – hier TI 82/83/83+) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter www.sn.schule.de/~matheabi dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf.
- Die **offiziellen** Abituraufgaben werden nach Beendigung der Prüfungsphase auf dem **Sächsischen Schulserver** veröffentlicht.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: **F. Müller** (mathe@oskar-reime-gymnasium.de) – Mathe-Lehrer.
Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 08.02.09.
- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

Material für den Prüfungsteilnehmer

Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit (einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte und der Zeit für die Auswahl der Wahlaufgabe) beträgt **300 Minuten**.

Auf dem Deckblatt der Arbeit haben Sie den verwendeten GTR-Typ anzugeben.

Die Prüfungsarbeit besteht aus den zu bearbeitenden Pflichtteilen **A, B und C** sowie dem **Wahlteil D**. Es sind alle Aufgaben der Pflichtteile zu bearbeiten.

Aus dem Teil D ist **genau eine** der beiden Aufgaben zu bearbeiten.

Der Lösungsweg mit Begründungen, Nebenrechnungen und (bei Konstruktionen) Hilfslinien muss deutlich erkennbar in gut lesbarer Form dargestellt werden.

Bei Verwendung von GTR-Programmen ist anzugeben, aus welchen Eingabedaten das Programm welche Ausgabedaten berechnet.

Insgesamt sind 90 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, davon

- im Teil A 25 BE,
- im Teil B 15 BE,
- im Teil C 10 BE,
- im Teil D 10 BE.

Erlaubte Hilfsmittel:

- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Taschenrechner ohne Computer-Algebra-System
- Tabellen- und Formelsammlung (im Unterricht eingeführt, ohne ausführliche Musterbeispiele)
- Zeichengeräte
- Beiliegende "Materialien für Aufgaben zur Stochastik"¹

Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
60 BE	60-58	57-55	54-52	51-49	48-46	45-43	42-40	39-37	36-34	33-31	30-28	27-25	24-21	20-17	16-13	12-0

Prüfungsinhalt

Pflichtaufgaben

Teil A: Analysis

Für jede reelle Zahl a ($a > 0$) ist eine Funktion f_a durch $f_a(x) = \ln\left(\frac{a^2}{x} + x\right)$ ($x \in D_{f_a}$) gegeben.

- a) Ermitteln Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktionen f_a .
Berechnen Sie ohne Verwendung von Näherungen den Wert von a , für den der Graph der Funktion f_a durch den Punkt $A(1 \mid 2)$ verläuft. Erreichbare BE-Anzahl: 4
- b) Ermitteln Sie die Anzahl der Nullstellen von f_a in Abhängigkeit von a . Erreichbare BE-Anzahl: 4
- c) Der Graph jeder Funktion f_a besitzt genau einen lokalen Minimumpunkt.
Die lokalen Minimumpunkte aller Graphen der Funktionen f_a liegen auf dem Graphen einer Funkti-

¹ Diese werden hier nicht wiedergegeben. Sie enthalten zumeist eine Tabelle zur Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. Manchmal eine Tabelle zur Summenfunktion der Binomialverteilung. Beides kann durch Verwendung des GTR leicht ersetzt werden. Die Tabellen finden Sie im Inhalt der Online-Ausgabe dieses Textes www.sn.schule.de/~matheabi.

on g.

Geben Sie eine Gleichung der Funktion g an.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

- d) Die Funktion $f_{0,5}$ soll im Intervall $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ durch eine Funktion h mit $h(x) = k \cdot \sqrt{x} + d$ ($x \in \mathbb{R}$, $x \geq 0$; $k \in \mathbb{R}$; $d \in \mathbb{R}$) approximiert werden, wobei gilt: $f_{0,5}\left(\frac{1}{2}\right) = h\left(\frac{1}{2}\right)$ und $f_{0,5}(4) = h(4)$.

Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion h, wobei k und d auf vier Stellen nach dem Komma zu runden sind.

Ermitteln Sie, an welcher Stelle des vorgegebenen Intervalls die Abweichung der Funktionswerte von $f_{0,5}$ und h am größten ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

Betrachtet werden nun die Funktionen l_k mit $l_k(x) = \frac{1}{x} \cdot \ln(k \cdot x^2)$ ($x \in \mathbb{R}$, $x > 0$) und deren Stamm-

funktionen L_k mit $L_k(x) = \frac{1}{4} (\ln(k \cdot x^2))^2$ ($x \in \mathbb{R}$, $x > 0$), wobei gilt $k \in \mathbb{R}$, $k \geq 1$.

- e) Begründen Sie, dass die Funktionswerte von l_k für alle x mit $1 \leq x \leq e$ nicht negativ sind.

Für jedes k begrenzen der Graph von l_k , die Abszissenachse und die Geraden mit den Gleichungen $x = 1$ und $x = e$ eine Fläche vollständig.

Berechnen Sie ohne Verwendung von Näherungswerten den Wert k, für den der Inhalt dieser Fläche 2 beträgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

- f) Zeigen Sie durch Integration mittels Substitution, dass die Funktionen L_k wie behauptet Stammfunktionen von l_k sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

Teil B: Geometrie / Algebra

Für jedes k ($k \in \mathbb{R}$, $k \neq 3$) sind in einem kartesischen Koordinatensystem die Punkte

$A_k(-2 + k \mid 4 - 2k \mid 2 - 7k)$, $B_k(-8 + 3k \mid 16 - 6k \mid -10 + 3k)$, $C_k(-20 + 7k \mid 4 - 2k \mid -16 - k)$ und

$D_k(-14 + 5k \mid -8 + 2k \mid -4 - 5k)$ sowie die Gerade g durch $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ -2 \\ -9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ($t \in \mathbb{R}$) gegeben.

Durch die Punkte A_k , B_k und C_k ist die Ebene ϵ_k festgelegt.

- a) Geben Sie eine parameterfreie Gleichung der Ebene ϵ_2 an.

Zeigen Sie rechnerisch, dass der Punkt D_2 in dieser Ebene liegt.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

- b) Die Punkte A_k , B_k , C_k und D_k bilden für alle Werte k ein Viereck.

Weisen Sie nach, dass das Viereck $A_k B_k C_k D_k$ ein Quadrat ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 6

- c) Weisen Sie nach, dass alle Ebenen ϵ_k parallel zueinander sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- d) Untersuchen Sie die Lagebeziehung zwischen der Geraden g und den Ebenen ϵ_k .

Ermitteln Sie alle Werte k, für welche die zugehörige Ebene ϵ_k von der Geraden g den Abstand 60 hat.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

Teil C: Stochastik

Ein Verein möchte seinen Datenbestand wöchentlich auf CDs sichern. Für das Datenvolumen wird genau eine CD benötigt. Es stehen zwei CD-Typen von unterschiedlicher Qualität zur Auswahl:

Typ A: Eine CD kostet 77 Cent.

Der Brennvorgang gelingt mit einer Wahrscheinlichkeit von 96 %.

Typ B: Eine CD kostet 49 Cent.

Der Brennvorgang gelingt mit einer Wahrscheinlichkeit von 89 %.

- a) Der Vorstand fordert den Kauf so vieler CDs, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99,99 % mindestens eine erfolgreich gebrannte CD zur Verfügung steht.

Untersuchen Sie, welcher der Typen A oder B für den Verein kostengünstiger ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

- b) Im letzten Jahr hatte der Verein CDs beider Typen gekauft. Damals wurde ermittelt, dass die Wahrscheinlichkeit für das erfolgreiche Brennen einer CD unabhängig vom Typ bei 91,1 % liegt. Ermitteln Sie den prozentualen Anteil der gekauften CDs vom Typ A. Ein Brennvorgang war nicht erfolgreich. Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die dabei verwendete CD vom Typ B war. Erreichbare BE-Anzahl: 4
- c) Die Lebensdauer der CDs vom Typ A ist normalverteilt mit einem Erwartungswert von 7 Jahren und der Standardabweichung σ . Die Wahrscheinlichkeit für eine Lebensdauer von mehr als 8 Jahren beträgt 7 %. Ermitteln Sie den Wert der Standardabweichung σ . Erreichbare BE-Anzahl: 2

Teil D: Wahlaufgaben

Wählen Sie genau eine der folgenden Aufgaben zur Bearbeitung aus.

Aufgabe 1

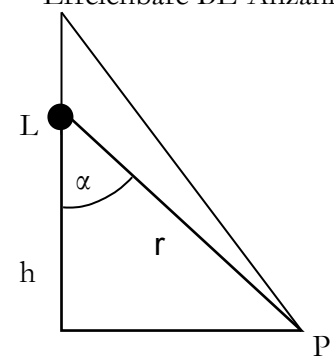
Der Eingangsbereich eines Hotelneubaus besitzt ein Dach in Form einer geraden quadratischen Pyramide aus Glas, die 5,00 m hoch ist. Die Kantenlänge ihrer Grundfläche beträgt 7,00 m. Alle Maße sind Innenmaße. Zur Dekoration soll eine Kugel in der Pyramide angebracht werden, die alle ihre Seitenflächen von innen berührt.

- a) Eine Planungsvariante sieht vor, dass die Kugel auch die Grundfläche der Pyramide von innen berührt. Ermitteln Sie rechnerisch einen Wert für den Außenradius dieser Kugel. Erreichbare BE-Anzahl: 3
- b) Eine andere Planungsvariante sieht vor, dass diese Kugel einen Außendurchmesser von 2,00 m hat. Sie wird an einem Drahtseil aufgehängt. Das Seil wird in der Spitze der Pyramide und außen an der Kugel befestigt. Ermitteln Sie rechnerisch die erforderliche Länge des Seils (Zugaben für die Aufhängung werden nicht berücksichtigt). Erreichbare BE-Anzahl: 3

Auf der Verbindungsstrecke von der Spitze der Pyramide zum Mittelpunkt der Grundfläche soll im Punkt L eine punktförmige Lichtquelle so angebracht werden, dass sie einen Eckpunkt P der Grundfläche mit der konstanten Lichtstärke I_0 (in Candela) beleuchtet. Die von der Lichtquelle im Punkt P erzeugte Beleuchtungsstärke E

(in Lux) lässt sich mit der Gleichung $E = \frac{I_0 \cdot \cos \alpha}{r^2}$ beschreiben.

Dabei sind r der Abstand zwischen der Lichtquelle im Punkt L und dem Punkt P und α der Einfallswinkel des Lichtes (siehe Zeichnung 1).



- c) Zeigen Sie, dass zwischen der Höhe h der Lichtquelle über der Grundfläche und der Beleuchtungsstärke E der Zusammenhang $E(h) = \frac{b \cdot I_0}{\sqrt{(b^2 + c)^3}}$ mit $c = 24,5 \text{ m}^2$ besteht.

fläche und der Beleuchtungsstärke E der Zusammenhang $E(h) = \frac{b \cdot I_0}{\sqrt{(b^2 + c)^3}}$ mit $c = 24,5 \text{ m}^2$ besteht.

Ermitteln Sie, in welcher Höhe h über der Grundfläche der Pyramide die Lichtquelle angebracht werden muss, damit der Punkt P maximal beleuchtet wird. Erreichbare BE-Anzahl: 4

Aufgabe 2:

Die Abbildung zeigt eine Skihütte in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Einheit entspricht 1 m).

Die Koordinaten folgender Punkte sind bekannt: A(5,0 | 0,0 | 0,0), B(5,0 | 4,0 | 0,0),

$C(0,0 \mid 4,0 \mid 0,0)$, $D(0,0 \mid 0,0 \mid 0,0)$,
 $E(6,0 \mid -0,4 \mid 2,2)$, $F(6,0 \mid 4,4 \mid 2,2)$,
 $G(0,0 \mid 4,4 \mid 2,2)$, $H(0,0 \mid -0,4 \mid 2,2)$,
 $I(6,0 \mid 2,0 \mid z_k)$, $K(0,0 \mid 2,0 \mid z_k)$ mit $z_k \in \mathbb{R}$, $z_k > 2,2$.

Abbildung 1: nicht maßstäblich

- a) Die Punkte C und D liegen aufgrund der Hangneigung 0,3 m unter der Erdoberfläche. Der Hang wird im Bereich der Skihütte näherungsweise durch eine Ebene beschrieben.

Geben Sie die Hangneigung für diesen Bereich an.

Erreichbare BE-Anzahl: 1

- b) Weisen Sie nach, dass für jedes z_k die Dachfirstgerade IK und die Dachansatzgerade EH echt parallel zueinander sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

- c) Um große Schneeanstimmungen zu vermeiden, soll die Neigung der Dachflächen gegen die x-y-Ebene mindestens 30° betragen.

Ermitteln Sie eine Gleichung einer Funktion h , welche die Gesamthöhe der Skihütte in Abhängigkeit vom Neigungswinkel beschreibt.

Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion f an.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- d) Ein Schüler arbeitet an einer Projektarbeit. Er möchte mit Hilfe der Zentralprojektion das Modell der Skihütte in die y-z-Ebene abbilden.

Bei der Zentralprojektion gehen die Projektionsstrahlen von einem Projektionszentrum aus durch die Eckpunkte des Körpers zur Bildebene. Die Parallelität von Geraden bleibt bei dieser Projektion nur für die Geraden erhalten, die parallel zur Bildebene verlaufen. Alle anderen im Original zueinander parallelen Geraden schneiden sich in der Bildebene in einem sogenannten Fluchtpunkt.

Ermitteln Sie für $z_k = 4$ Näherungswerte für die Koordinaten des Fluchtpunktes der Bildgeraden der Geraden IK und EH, wenn das Projektionszentrum im Punkt $P(10,0 \mid 7,0 \mid 1,0)$ liegt.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

Lösungsvorschläge

Teil A

a) Ansatz für D_{f_a} : $\frac{a^2}{x} + x > 0 \Rightarrow x > 0$

$D_{f_a} = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x > 0\}$

Ansatz für Wert von a: $f_a(1) = \ln(a^2 + 1) = 2$

Wert von a: $a = \sqrt{e^2 - 1}$ (wg. $a > 0$)

b) Ansatz für die Nullstellen: $f_a(x_0) = 0 \Rightarrow \frac{a^2}{x} + x = 1$

Nullstellen in Abhängigkeit von a: $a_{1/2} = 1/2 \pm \sqrt{1/4 - a^2}$

Anzahl der Nullstellen in Abhängigkeit von a (2 BE)

zwei Nst: $0 < a < 1/2$, eine Nst: $a = 1/2$, keine Nst: $a > 1/2$

c) 1. Ableitung (2 BE): Kettenregel $f'(x) = \frac{x}{x^2 + a^2} + \frac{1}{x} = \frac{(x-a) \cdot (x+a)}{x \cdot (x^2 + a^2)}$

Extremstelle: $x_E = a$

Koordinaten des Extrempunktes: $P_{\text{Min}}(a \mid \ln(2a))$

eine Gleichung für die Funktion g: $y = \ln(2x)$

d) Ansatz für eine Gleichung von h (2 BE): Lösen des Gleichungssystems

I: $h(x) = k \cdot \sqrt{x} + d$

II: $f_{0,5}\left(\frac{1}{2}\right) = h\left(\frac{1}{2}\right)$

III: $f_{0,5}(4) = h(4)$

I*: $0 = k/\sqrt{2} + d$

II*: $\ln(65/16) = 2k + d$

eine Gleichung von h: z. B. $h(x) = 1,0842 \cdot \sqrt{x} - 0,7667$

Ansatz für Stelle der maximalen Abweichung: $d(x) = h(x) - f_{0,5}(x)$

$f_{\text{Max}}(h(x) - f_{0,5}(x), x, .5, 1.5) \rightarrow 0.8739483011$

Stelle der maximalen Abweichung: $x_E \approx 0,87$

e) Begründung (2 BE):

da $k \geq 1$ und $x \geq 1$ und somit $kx^2 \geq 1$ ist $\ln(kx^2) \geq 0$ und erst recht $1/x \cdot \ln(kx^2) \geq 0$

Ansatz für Wert k: $\int_1^e \frac{1}{x} \ln(k \cdot x^2) dx = L_k(e) - L_k(1) = 2$

Umformungen: $\ln(k) + 1 = 2$

Wert k: $k = e$

f) Nachweis (2 BE): $\int \frac{1}{x} \cdot \ln(k \cdot x^2) dx \stackrel{v = \ln(k \cdot x^2)}{=} \int \frac{v}{2} dv = \frac{v^2}{4} = \frac{1}{4} (\ln(k \cdot x^2))^2$
 $\frac{dv}{dx} = \frac{2}{x}$

Teil B

a) eine Gleichung der Ebene ϵ_2 : z. B. $-2x + y + 2z = 48$

$A_2(0 \mid 0 \mid -12)$; $B_2(-2 \mid 4 \mid -16)$; $C_2(-6 \mid 0 \mid -18)$ und $D_2(-4 \mid -4 \mid -14)$

\rightarrow Rechnung und Nachweis mit GTR: prgmGeometri

Nachweis der Lage des Punktes D_2

b) Aufstellen geeigneter Vektoren (2 BE):

$$\vec{AB} = \vec{DC} = \begin{pmatrix} -6+2k \\ 12-4k \\ -12+4k \end{pmatrix} = (-6+2k) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{BC} = \vec{AD} = \begin{pmatrix} -12+4k \\ -12+4k \\ -6+2k \end{pmatrix} = (-6+2k) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

⇒ Parallelogramm

Aussagen zu Seitenlängen (2 BE): wie man leicht sieht $|\vec{AB}| = |\vec{AD}| = (-6+2k) \cdot 3 \Rightarrow$ Rhombus

Aussagen zu Winkeln (2 BE): $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = (-6+2k)^2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow$ Quadrat

c) vollständiger Nachweis (3 BE): zum Beispiel

Ein skaliertes Normalenvektor ist $\vec{n}_\epsilon^* = \vec{AB}^* \times \vec{AD}^* = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Der hängt nicht von k ab

und somit sind alle Ebenen ϵ_k parallel zueinander.

d) Nachweis der Lagebeziehung: der Richtungsvektor der Geraden ist senkrecht zum Normalenvektor

der Ebenen (sonst würde der Rest der Aufgabe keinen Sinn machen): $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow$ Parallelität

Ansatz für Abstand: verwende Ortsvektor der Geraden und normierte Normalenform der Ebene

$$d(k) = (\vec{OP} - \vec{OA}) \cdot \frac{1}{|\vec{n}_\epsilon^*|} \cdot \vec{n}_\epsilon^* = \left(\begin{pmatrix} 11 \\ -2 \\ -9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2+k \\ 4-2k \\ 2-7k \end{pmatrix} \right) \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 6(k-3) = \pm 60$$

Werte für k: $k_1 = -7; k_2 = 13$ (2 BE)

Teil C

a) Ansatz für die Anzahl eines Typs: $1 - (1-p)^n > .9999$

Anzahl Typ A: 3

Anzahl Typ B: 5

Aussage zum Preisvergleich: Typ A ist günstiger.

b) Ansatz für den Anteil Typ A: $x \cdot 0.96 + (1-x) \cdot 0.89 = 0.911$

Anteil Typ A: 30 %

X – Zufallsgröße, die den Typ beschreibt; Y – Zufallsgröße, die den Erfolg beim Brennen angibt

$P(X = A) = .3; P(X = B) = .7; P_{X=B}(Y = e) = .89; P(Y = e) = .911; P(Y = \bar{e}) = .089$

Ansatz für bedingte Wahrscheinlichkeit: $P(X=B) \cdot P_{X=B}(Y=\bar{e}) = P(Y=\bar{e}) \cdot P_{Y=\bar{e}}(X=B)$ bzw.

bedingte Wahrscheinlichkeit: $p \approx 0,8652 = P_{Y=\bar{e}}(X=B)$

c) Ansatz Standardabweichung: $\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{1}{\sigma}\right) = .93 \Rightarrow \frac{1}{\sigma} \approx 1.475$

Wert der Standardabweichung: $\sigma \approx 0,68$

Teil D1

a) Ansatz für Radius (2 BE): $\frac{r}{3.5} = \tan \left(\frac{\overbrace{\arctan \left(\frac{5}{3.5} \right)}^{\alpha}}{2} \right)$

Radius: $r \approx 1,82 \text{ m}$

b) Ansatz für Seillänge (2 BE): $\frac{1}{k+1} = \cos \alpha$

Seillänge $k \approx 0,74 \text{ m}$

c) Nachweis der Funktionsgleichung (2 BE)

$$\frac{I_0 \cdot \cos \alpha}{r^2} = \frac{I_0 \cdot b}{r^3} \quad r^2 = b^2 + 2 \cdot 3.5^2 \quad \sqrt{(b^2 + c)^3}$$

Ansatz für Höhe: $f_{\text{Max}}(X \cdot (X^2 + 24.5)^{-1.5}, X, 0.5) \rightarrow 3.5$

Höhe: $h \approx 3,50 \text{ m}$

Teil D2

a) Hangneigung: $\alpha \approx 3,4^\circ$ oder 6 %: $0.3/5$

b) Nachweis der Parallelität (2 BE): $\vec{EH} = \vec{IK}$ und echt parallel sind die Geraden, weil z. B. die Punkte H und K nicht identisch sind.

c) Ansatz

Höhe in Abhängigkeit vom Neigungswinkel:

$$h(\alpha) = 2,20 + 2,40 \cdot \tan \alpha$$

Definitionsbereich: $30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

d) Bildpunkte in der y-z-Ebene (2 BE):

Abbildung der Punkte E und I

$$\Rightarrow E^*(0 \mid -11.5 \mid -1.5) \text{ und } I^*(0 \mid -5.5 \mid 8.5)$$

Geradengleichungen

Koordinaten des Fluchtpunktes: $P_F(0,0 \mid 7,0 \mid 1,0)$

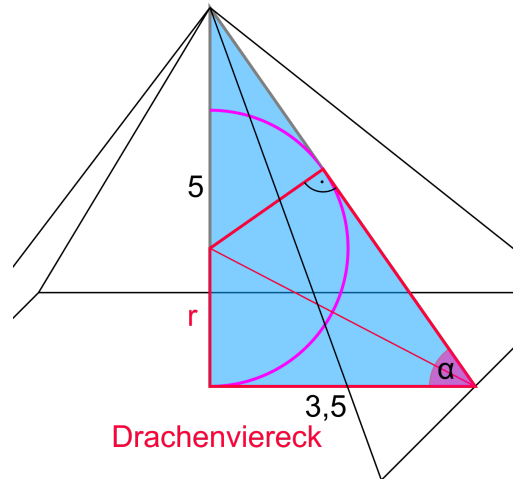


Abbildung 2: einbeschriebene Kugel

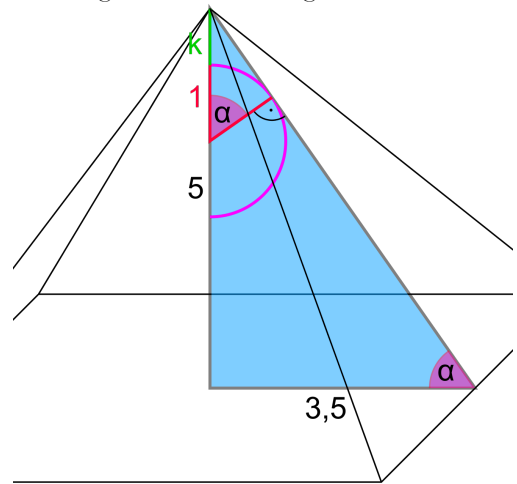


Abbildung 3: Kugel mit Durchmesser 2