

Schriftliche Abiturprüfung – Grundkursfach – Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	1
Material für den Prüfungsteilnehmer.....	3
Allgemeine Arbeitshinweise.....	3
Bewertungsmaßstab.....	3
Prüfungsinhalt.....	3
Pflichtaufgaben.....	3
Teil A: Analysis.....	3
Teil B: Geometrie / Algebra.....	4
Teil C: Stochastik.....	4
Teil D: Wahlaufgaben.....	5
Aufgabe D 1: Analysis.....	5
Aufgabe D 2: Geometrie / Algebra.....	5
Lösungsvorschläge.....	7
Teil A.....	7
Teil B.....	7
Teil C.....	8
Teil D1.....	8
Teil D2.....	8

Vorwort

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2007, wie sie vom Sächsischen Staatsministeriums für Kultus auf dem Sächsischen Schulserver (www.sachsen-macht-schule.de) veröffentlicht wurden.

Mit der Einführung eines neuen Lehrplanes gibt es auch wieder relevante „Abiturähnliche Musteraufgaben“ unter <http://www.sachsen-macht-schule.de/schule/6247.htm>.

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den grafikfähigen Taschenrechner (GTR – hier TI 82/83/83+) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter www.sn.schule.de/~matheabi dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf.
- Die **offiziellen** Abituraufgaben werden nach Beendigung der Prüfungsphase auf dem **Sächsischen Schulserver** veröffentlicht.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: **F. Müller** (mathe@gymnasium-delitzsch.de) – Mathe-Lehrer.
Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 09.02.08.

- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

Material für den Prüfungsteilnehmer

Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit (einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte und der Zeit für die Auswahl der Wahlaufgabe) beträgt **240 Minuten**.

Auf dem Deckblatt der Arbeit haben Sie den verwendeten GTR-Typ anzugeben.

Die Prüfungsarbeit besteht aus den zu bearbeitenden Pflichtteilen **A, B und C** sowie dem **Wahlteil D**. Es sind alle Aufgaben der Pflichtteile zu bearbeiten.

Aus dem Teil D ist **genau eine** der beiden Aufgaben zu bearbeiten.

Der Lösungsweg mit Begründungen, Nebenrechnungen und (bei Konstruktionen) Hilfslinien muss deutlich erkennbar in gut lesbarer Form dargestellt werden.

Bei Verwendung von GTR-Programmen ist anzugeben, aus welchen Eingabedaten das Programm welche Ausgabedaten berechnet.

Insgesamt sind 60 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, davon

- im Teil A 25 BE,
- im Teil B 15 BE,
- im Teil C 10 BE,
- im Teil D 10 BE.

Erlaubte Hilfsmittel:

- 1 Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- 1 grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner (GTR) ohne Computer-Algebra-System
- 1 Tabellen- und Formelsammlung ohne ausführliche Musterbeispiele (im Unterricht eingeführt)
- Zeichengeräte

Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
60 BE	60-58	57-55	54-52	51-49	48-46	45-43	42-40	39-37	36-34	33-31	30-28	27-25	24-21	20-17	16-13	12-0

Prüfungsinhalt

Pflichtaufgaben

Teil A: Analysis

Gegeben ist die Funktion f durch die Gleichung $y = f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3$ ($x \in \mathbb{R}$)

a) Geben Sie die Nullstellen der Funktion f an.

Berechnen Sie die Koordinaten der Wendepunkte des Graphen der Funktion f .

Begründen Sie, dass der Graph der Funktion f nicht punktsymmetrisch zum, Koordinatenursprung und nicht achsensymmetrisch zur y -Achse ist.

Ermitteln Sie alle Stellen, an denen der Graph der Funktion f den Anstieg 1 hat.

Erreichbare BE-Anzahl: 9

b) Die Tangente t an den Graphen der Funktion f im Punkt $P(1 \mid f(1))$ und die Senkrechte zu t durch P begrenzen mit der y -Achse ein Dreieck vollständig.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks und geben Sie die Größen der Innenwinkel des Dreiecks an.

Dieses Dreieck wird durch den Graphen der Funktion f in zwei Teilflächen zerlegt.

Berechnen Sie mithilfe von Stammfunktionen den Inhalt einer der beiden Teilflächen.

Erreichbare BE-Anzahl: 8

- c) Für jedes a ($a \in \mathbb{R}, -2 \leq a < 0$) sind die Punkte $P_a(a \mid f(a))$ und $R(0 \mid 5)$ Eckpunkte eines achsenparallelen Rechtecks.

Bestimmen Sie einen Näherungswert für a , so dass der Umfang des Rechtecks maximal wird.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- d) Für jedes k ($k \in \mathbb{R}, k \neq 0$) ist eine Funktion g_k durch die Gleichung $g_k(x) = k \cdot f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) gegeben. Begründen Sie, dass die Funktionen g_k und f die gleiche Extremstelle besitzen.

Geben Sie die Art des Extremums der Funktion g_k in Abhängigkeit von k an.

Ermitteln Sie den Wert k , für den der Graph der Funktion g_k einen lokalen Maximumpunkt bei

$$\left(-\frac{3}{2} \mid \frac{27}{4}\right) \text{ hat.}$$

Erreichbare BE-Anzahl: 5

Teil B: Geometrie / Algebra

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(5 \mid 1 \mid 2)$, $B(-3 \mid 3 \mid 0)$, $M(1 \mid 5 \mid 4)$ und die

Gerade g durch $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ($t \in \mathbb{R}$) gegeben. Der Punkt M ist Mittelpunkt der

Grundkreisfläche eines geraden Kreiskegels mit der Spitze S . Die Punkte A und B liegen auf der Begrenzungslinie der Grundkreisfläche dieses Kegels.

Die Länge einer Mantellinie des Kegels beträgt $\sqrt{45}$.

- a) Zeigen Sie, dass die Punkte A , B und M nicht auf ein und derselben Geraden liegen.

Geben Sie eine Gleichung der Ebene in allgemeiner Form an, in der die Grundkreisfläche des Kegels liegt.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- b) Berechnen Sie das Volumen des geraden Kreiskegels.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

- c) Weisen Sie nach, dass die Höhe des geraden Kreiskegels auf der Geraden g liegt.

Zeigen Sie, dass der Punkt $S(2 \mid 7 \mid 2)$ eine mögliche Spitze dieses Kegels ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

- d) Berechnen Sie einen Näherungswert für die Größe des Winkels MSA .

Auf der Geraden g liegen genau zwei Punkte P_i ($i = 1; 2$), für welche die Größe des Winkels MP_iA 30° beträgt.

Berechnen Sie einen Näherungswert für die Größe des Winkels AP_iB .

Erreichbare BE-Anzahl: 4

Teil C: Stochastik

Eine Elektronikfirma stellt USB-Sticks her.

- a) Die USB-Sticks werden mit den Speichergrößen 256 MB, 512 MB und 1 GB hergestellt.

Es gibt diese Sticks jeweils mit oder ohne MP3-Wiedergabe und in verschiedenen Farben.

Die Firma stellt insgesamt 42 verschiedene Ausstattungen der Sticks her.

Ermitteln Sie die Anzahl der Farben, in denen die Sticks angeboten werden.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

Nach der Auslieferung werden erfahrungsgemäß 2,5 % der USB-Sticks reklamiert.

- b) Eine Lieferung für ein Geschäft besteht aus 80 USB-Sticks.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

Ereignis A: Es wird kein Stick reklamiert.

Ereignis B: Weniger als 5 % der Sticks werden reklamiert.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- c) Erfahrungsgemäß sind 68 % der Reklamationen gerechtfertigt.

Geben Sie die Anzahl der zu erwartenden ungerechtfertigten Reklamationen bei einer Lieferung von 500 USB-Sticks an.

Erreichbare BE-Anzahl: 1

- d) Die Elektronikfirma fertigt auch USB-Kabel als Massenware. Erfahrungsgemäß sind in einem Karton mit genau 50 Kabeln genau 5 defekt.
 Innerhalb einer Werbeaktion bietet die Firma diese Kabel Großhändlern zu Sonderkonditionen an. Die Großhändler entnehmen dabei jedem Karton genau zwei Kabel ohne Zurücklegen und prüfen deren Qualität. Sind beide funktionstüchtig, müssen sie für den jeweiligen Karton den vollen Preis zahlen. Befindet sich genau ein defektes unter den gezogenen Kabeln, dürfen sie den Preis für den Karton um 25 % reduzieren. Falls beide gezogenen USB-Kabel defekt sind, erhalten sie den Karton für die Hälfte des Preises.
 Bestimmen Sie, welchen Preis die Elektronikfirma pro Karton festlegen muss, damit sie durchschnittlich 200,00 € pro Karton einnimmt. Erreichbare BE-Anzahl: 4

Teil D: Wahlaufgaben

Wählen Sie genau eine der folgenden Aufgaben zur Bearbeitung aus.

Aufgabe D 1: Analysis

Zur Neugestaltung eines rechteckigen Parks mit einer Fläche von 0,84 ha wird sein. Grundriss im ersten Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems betrachtet (1 Längeneinheit entspricht 1 m). Eine Begrenzungsmauer mit Verlauf von West nach Ost liegt auf der x-Achse, die westliche Begrenzungsmauer mit Verlauf von Süd nach Nord liegt auf der y-Achse.

Der Park hat in Nord-Süd-Richtung eine Ausdehnung von 60,0 m.

In den Punkten $D_1(100,0 \mid 24,0)$, $D_2(120,0 \mid 24,8)$ und $D_3(10,0 \mid 40,2)$ befinden sich drei Steinbögen, die durch einen Weg verbunden werden sollen. Zur Beschreibung des Verlaufs dieses Weges wird der Graph einer quadratischen Funktion q gewählt.

Für den Weg wird in der westlichen Mauer ein Tor eingeplant.

Von diesem Tor soll auch eine geradlinige Straße durch den gesamten Park durch den Punkt D_2 führen.

- a) Die von Straße und Weg vom Tor bis zum Punkt D_2 eingeschlossene Fläche soll komplett bepflanzt werden.

Berechnen Sie die Anzahl der dafür erforderlichen Pflanzen, wenn pro Quadratmeter vier Pflanzen benötigt werden (die Breiten von Weg und Straße sind dabei zu vernachlässigen).

Erreichbare BE-Anzahl: 5

- b) Beim Bau der Straße mit einer Breite von 2,40 m wird durch den Fahrbahnbelag ein Teil des Parks versiegelt.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil dieser Fläche an der Gesamtfläche des Parks.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- c) Weiterhin gibt es im Park einen kleinen Bach, dessen Verlauf innerhalb des Parks durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 5e^{0,005x} + 25e^{-0,06x}$ ($x \in D_f$) näherungsweise beschrieben werden kann.

Die Strecke mit der größten Entfernung in Nord-Süd-Richtung zwischen Weg und Bach soll durch einen kleinen Lehrpfad gestaltet werden.

Ermitteln Sie die Länge dieses Pfades.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

Aufgabe D 2: Geometrie / Algebra

Zwei näherungsweise geradlinig verlaufende Bundesstraßen b_1 und b_2 treffen in einer Stadt aufeinander.

Die Straße b_1 verläuft in einem kartesischen Koordinatensystem mit einer Längeneinheit von 1 km

durch den Punkt $P_1(-3,00 \mid 3,00)$. Auf der Straße b_2 liegt der Punkt

$P_2(4,00 \mid 0,00)$. Beide Straßen treffen im Punkt $Q(-0,50 \mid 0,00)$ innerhalb des Stadtkerns aufeinander.

Die Breiten der Straßen werden vernachlässigt.

Der Koordinatenursprung ist Mittelpunkt des annähernd kreisförmigen Stadtkerns mit einem Radius von 2,00 km.

- a) Ein Fahrzeug fährt auf den Straßen b_1 und b_2 vom Punkt P_1 über Q zum Punkt P_2 . Berechnen Sie die Länge der Fahrtstrecke, die durch den Stadtkern führt. Erreichbare BE-Anzahl: 5
- b) Es soll eine Entlastungsstraße gebaut werden, die durch den Punkt $P_3(1,00 \mid 2,00)$ verläuft und in den Punkten P_1 und P_2 an die beiden Bundesstraßen b_1 und b_2 glatt (ohne Knick) anschließt. Zeigen Sie rechnerisch, dass eine quadratische Funktion durch die Punkte P_1 , P_2 und P_3 zur Beschreibung dieser Entlastungsstraße ungeeignet ist. Begründen Sie, dass unter den gegebenen Forderungen eine Funktion vierten Grades zur Beschreibung der Entlastungsstraße geeignet ist. Erreichbare BE-Anzahl: 5

Lösungsvorschläge

Teil A

- a) Nullstellen: $x_{01} = -2, x_{02} = 0$
 Ansatz für Wendestellen: $f''(x_w) = 0$ und $f'''(x_w) \neq 0$
 mögliche Wendestellen: $x_{w1} = -1$ und $x_{w2} = 0$
 Nachweis: $f'''(x) = 12x + 6; f(x_w) = \pm 6 \Rightarrow$ es liegen Wendepunkte vor
 Koordinaten der Wendepunkte: $W_1(-1 \mid -1/2); W_2(0 \mid 0)$
 Begründung zur Symmetrie:
 für NICHT-Symmetrie kann mit konkreten Werten angetreten werden:
 $f(1) = 1.5$ und $f(-1) = -.5$ somit gilt weder $f(x) = f(-x)$ noch $-f(x) = f(-x)$
 Ansatz für Stellen: $f'(x_s) = 1$
 alle Stellen: $x_{s1} = -1; x_{s2} = 0,5$
- b) Ansatz für Flächeninhalt (2 BE): t: $y = 5x - 3.5$; n: $y = -.2x + 1.7$
 Schnittpunkte mit y-Achse der Geraden: $y_t = -3.5; y_n = 1.7$; Länge der Grundseite $g = 5.2$; Höhe des Dreiecks $h = 1$
 Flächeninhalt: $A = 2,6$
 Winkel mit x-Achse: $\tan(5) = 78,69^\circ; \tan(-.2) = -11,31^\circ$
 Größe eines Innenwinkels: z. B. $\alpha \approx 11,3^\circ$
 Größen aller Innenwinkel: z. B. $\beta = 90^\circ, \gamma \approx 78,7^\circ$
 Ansatz für Flächeninhalt einer Teilfläche: z. B. (vgl. Abb. 2)
- $A_{Trapez} = 1.6$; Fläche unter Kurve $\int_0^1 f(x) dx$ mit GTR:
 $fnInt(Y1,X,0,1) \rightarrow .35 \Rightarrow A_1 = 1.25$
 eine Stammfunktion
 Flächeninhalt einer Teilfläche: z. B. $A_1 = 1,25$ oder $A_2 = 1,35$
- c) Ansatz für Zielfunktion: vgl. Abbildung 3
 Zielfunktion: $U(a) = 2(|a| + 5 + |f(a)|)$
 aber es reicht $u(a) = a + f(a)$ zu untersuchen: z. B.
 $fMin(X+Y1,X,-2,0)$
 Näherungswert für a: $a \approx -1,68$
- d) Begründung: k bewirkt ein Strecken oder Stauchen und evtl. Ein Spiegeln an der x-Achse; das ändert die Extremstelle x_E nicht, nur den y-Wert des Extrempunktes $k \cdot f(x_E)$
 Art der Extrema in Abhängigkeit von k (2 BE): ist $k > 0$, liegt ein Minimum vor, sonst ein Maximum
 Ansatz für Wert k: $k \cdot f(-1.5) = 6.75$
 GTR: $solve(K*Y1(-1.5)-6.75,K,-1)$
 Wert k: $k = -8$

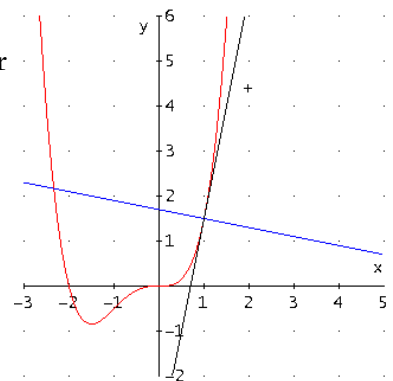


Abbildung 1: $f(x)$ mit Normale und Tangente

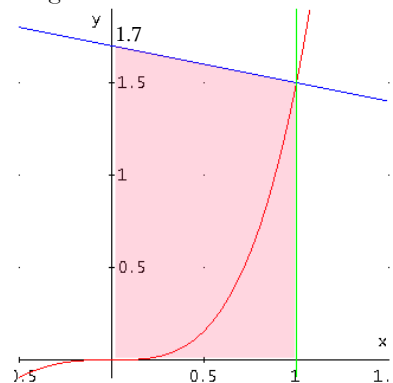


Abbildung 2: $f(x)$ mit einer Fläche

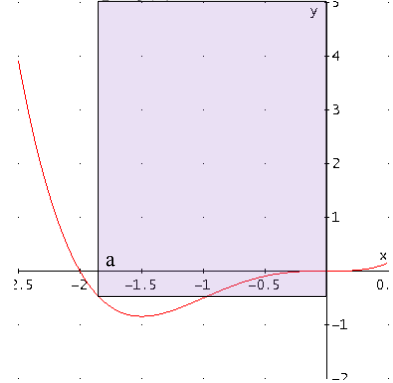


Abbildung 3: $f(x)$ mit Rechteck

Teil B

- a) vollständiger Nachweis (2 BE): $\vec{AM} \neq k \cdot \vec{BM}$; $\begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \neq k \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$
 Gleichung der Ebene: z. B. $x + 2y - 2z = 3$
- b) Radius des Grundkreises: $\overline{AM} = 6$
 Ansatz für Höhe des Kreiskegels: $h^2 + 6^2 = 45 \Rightarrow h = 3$

Höhe des Kreiskegels

Volumen: $V = 36\pi$

- c) vollständiger Nachweis für die Höhe (2 BE):

$M \in g$ für $t = 3$, außerdem ist die Ebenennormale (siehe Teilaufgabe a)) parallel zu g
 vollständiger Nachweis für die Spitze (2 BE): $\overline{SM} = 3$ und $S \in g$ für $t = 4$

- d) Ansatz für Größe des Winkels MSA:

Dreieck MSA ist rechtwinklig, mit rechtem Winkel bei M $\Rightarrow \tan(\sphericalangle MSA) = 2$

Größe des Winkels MSA : $\sphericalangle MSA \approx 63,4^\circ$

$$\tan(30^\circ) = \frac{6}{\overline{MP}_i} \Rightarrow \overline{MP}_i = 10,39 ; \overline{AP}_i = 12 = \overline{BP}_i \text{ und weiter im Dreieck } AP_iB$$

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\overline{AB}}{12} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 20,7^\circ$$

Ansatz für Größe des Winkels AP_iB

Größe des Winkels AP_iB : $\sphericalangle AP_iB \approx 41,4^\circ$

Teil C

- a) Ansatz: $3 \cdot 2 \cdot \text{AnzahlDerFarben} = 42$

Ergebnis: 7 Farben

- b) Charakterisierung der Zufallsgröße: $b_{80,025}(k)$ k – Anzahl der reklmierten Sticks

Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A: $P(A) = b_{80,025}(0) \approx 0,1319$

Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B: $P(B) = b_{80,025}(k < 4) = B_{80,025}(3) \approx 0,8594$

z. B. TI-84: `binomcdf(80, .025, 3)`

- c) 4 Geräte werden ungerechtfertigt reklamiert

$E(k) = 500 \cdot 0,025 = 12,5$ (reklamierte Geräte)

$\mu = E(X) = 12,5 \cdot (1 - 0,68) = 4$ (X – Anzahl der falsch reklamierten Geräte)

- d) Werte einer geeigneten Zufallsgröße:

X – Anzahl der funktionstüchtigen Kabel

K – Kosten für einen Karton

i	0	1	2
$P(x_i)$	$\frac{5}{50} \cdot \frac{4}{49} = \frac{2}{245}$	$2 \cdot \frac{5}{50} \cdot \frac{45}{49} = \frac{9}{49}$	$\frac{45}{50} \cdot \frac{44}{49} = \frac{198}{245}$
Kosten	$.5 \cdot K$	$.75 \cdot K$	K

$$\text{Erwartungswert: } 200 = \frac{2}{245} \cdot .5 \cdot K + \frac{9}{49} \cdot .75 \cdot K + \frac{198}{245} \cdot K = \frac{19}{20} \cdot K$$

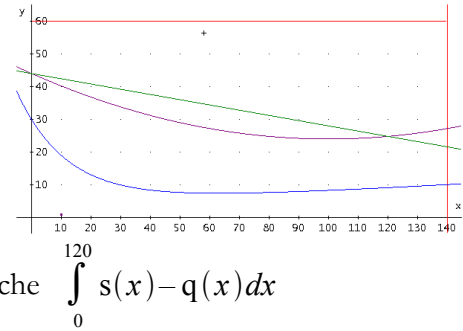
vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung

Ansatz für Preis

Preis pro Karton: 210,53 €

Teil D1

- a) eine Gleichung für q: z. B. $q(x) = 0,002 x^2 - 0,4 x + 44$
 z. B.: mit GTR-Funktion QuadReg im Statistik-Menü des Taschenrechners und vorherigem Eintragen der x-Werte der Punkte D in L₁ und der y-Werte in L₂
 Koordinaten des Torpunktes: T(0,0 | 44,0)



Ansatz für Flächeninhalt: Straße $s(x) = y = -0.16 x + 44$ und Fläche $\int_0^{120} s(x) - q(x) dx$

$Y1 = .002X^2 - .4X + 44$

$Y2 = - .16X + 44$

mit GTR: $fnInt(Y2 - Y1, X, 0, 120) \rightarrow 576$

Flächeninhalt: 576 m²

Anzahl der Pflanzen: 2 304

- b) Länge der Straße: ergibt sich aus dem Anstieg der Straße $\tan \alpha = -0.16 \Rightarrow \alpha \approx -1.587$ und einem rechtwinkligen Dreieck $\cos \alpha = 140/l \Rightarrow l \approx 141.78$
 Flächeninhalt: 340,274 \Rightarrow 4.051%
 prozentualer Anteil: $p \approx 4,1\%$
 oder: da die Straße über die gesamte Länge führt, reicht es die Nord-Süd-Dimension zu betrachten. Die Höhe der Straße ergibt sich aus der Neigung der Straße α und der Breite:
 1. $\tan \alpha = -0.16 \Rightarrow \alpha \approx -1.587$ (Anstieg der Geraden)
 2. $\cos \alpha = 140/h \Rightarrow h \approx 2.43$ (Höhe der Straße in Nord-Süd-Richtung) und
 3. $2.43/60 \approx 4.051\%$
- c) Ansatz für Länge: gesucht ist der maximale Abstand
 $Y3 = f(x) \rightarrow fMax(Y1 - Y3, X, 0, 140) \rightarrow 25.3983$ und $Y3(Ans) - Y1(Ans) \rightarrow 24.01$
 Länge: $l \approx 24,0$ m

Teil D2

- a) eine Gleichung für b₁: $y = -1.2 x - 0.6$
 Ansatz für Streckenlänge auf b₁ (2 BE):
 Variante I: Kosinussatz im Dreieck P₁'QO (vgl. Abbildung 4)
 $2^2 = s^2 + 1/2^2 - 2 \cdot s \cdot 1/2 \cos \alpha$ mit $\tan \alpha' = -1.2$ und mit $\alpha + \alpha' = 180^\circ$ ist $\alpha = 129.2^\circ$ und
 $0 = s^2 + .6402 \cdot s - 3.75 \Rightarrow s = 1.6427$
 Variante II: suche Schnittstelle von b₁ mit oberer Kreishälfte
 $solve(\sqrt{4 - X^2} + 1.2X + .6, X, -2) \rightarrow x = -1.55$ und
 $s = \sqrt{((-1.2Ans - .6)^2 + (Ans + .5)^2)} = 1.6427$
 Streckenlänge auf b₁: $s \approx 1.643$ km
 $l = s + 2.5$
 Länge der Gesamtstrecke: $l \approx 4,14$ km

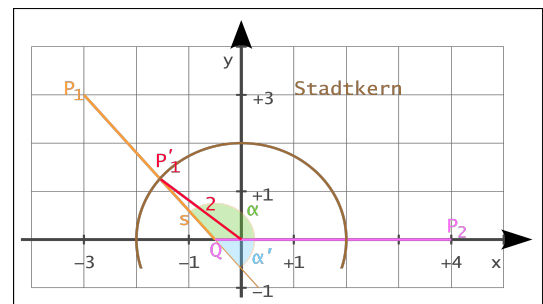


Abbildung 4: beachte Dreieck OP₁'Q

- b) eine Gleichung einer quadratischen Funktion: z. B. $q(x) = -\frac{5}{84}x^2 - \frac{31}{84}x + \frac{17}{7}$
 Nachweis, dass nicht alle Bedingungen erfüllbar sind (2 BE): $q(x)$ geht zwar durch die gewünschten Punkte, endet aber nicht glatt, was z. B. an der Öffnung der Parabel nach unten ablesbar ist.
 Begründung (2 BE):
 Folgende Bedingungen wurden im Text für die gesuchte Kurve $f(x)$ gegeben:
 I: $P_1 \in f(x)$
 II: $P_2 \in f(x)$

III: $P_3 \in f(x)$

IV: $-\frac{6}{5} = f'(-3)$ (glatt im Punkt P_1)

V: $0 = f'(4)$ (glatt im Punkt P_2)

führt auf ein lineares Gleichungssystem, mit dem bis zu 5 Parameter bestimmt werden müssen. Erst ein Polynom 4. Grades hat diese 5 Parameter.

Der Rest ist fakultativ:

Lösen des Gleichungssystems führt zu

$$f(x) = 0.0118x^4 - 0.0306x^3 - 0.1755x^2 - 0.1503x + 2.3446.$$

Wie zu bemerken ist, erfüllt eine kubische Funktion noch nicht alle Bedingungen (sonst wäre der Parameter vor x^4 genau Null).