Schriftliche Abiturprüfung – Leistungskursfach – Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2006, wie sie vom Sächsischen Staatsministeriums für Kultus auf dem Sächsischen Schulserver (www.sachsen-macht-schule.de) veröffentlicht wurden.

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den graphikfähigen Taschenrechner (GTR – hier TI 82/83/83+) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter www.sn.schule.de/~matheabi dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf.
- Die **offiziellen** Abituraufgaben werden nach Beendigung der Prüfungsphase auf dem Sächsischen Schulserver veröffentlicht.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: F. Müller (mathe@oskar-reime-gymnasium.de) – Mathe-Lehrer.
  Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 01.05.07.
- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

Material für den Prüfungsteilnehmer

Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit (einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte und der Zeit für die Auswahl der Wahlaufgabe) beträgt 300 **Minuten.**

Auf dem Deckblatt der Arbeit haben Sie den verwendeten GTR-Typ anzugeben.

Die Prüfungsarbeit besteht aus den zu bearbeitenden Pflichtteilen **A, B** und **C** sowie dem **Wahlteil D.**
Es sind alle Aufgaben der Pflichtteile zu bearbeiten.
Aus dem Teil D ist **genau eine** der beiden Aufgaben zu bearbeiten.
Der Lösungsweg mit Begründungen, Nebenrechnungen und (bei Konstruktionen) Hilfslinien muss deutlich erkennbar in gut lesbarer Form dargestellt werden.

Bei Verwendung von GTR-Programmen ist anzugeben, aus welchen Eingabedaten das Programm welche Ausgabendaten berechnet.

Insgesamt sind 90 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, davon
im Teil A 35 BE,
im Teil B 25 BE,
im Teil C 15 BE,
im Teil D 15 BE.

Erlaubte Hilfsmittel:

1 Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
1 grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner (GTR) ohne Computer-Algebra-System
1 Tabellen- und Formelsammlung ohne ausführliche Musterbeispiele (im Unterricht eingeführt)
Zeichengeräte

Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
90 BE	90-86	85-82	81-77	76-73	72-68	67-64	63-59	58-55	54-50	49-46	45-41	40-37	36-31	30-25	24-19	18-0

Prüfungsinhalt

Pflichtaufgaben

Teil A: Analysis

Für jedes a ($a \in \mathbb{R}$; $a > 0$) ist eine Funktion f_a durch $f_a(x) = 1 - \ln(4x^2 + a)$ ($x \in \mathbf{D}_{f_a}$).
gegeben.

a) Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktion f_a an.
Weisen Sie nach, dass der Graph der Funktion f_a achsensymmetrisch zur Ordinatenachse verläuft.
Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts des Graphen der Funktion f_a mit der Ordinatenachse an.
Geben Sie jeweils alle Werte a an, für die dieser Schnittpunkt oberhalb, unterhalb bzw. auf der Abszissenachse liegt. Erreichbare BE-Anzahl: 7

b) Weisen Sie nach, dass für die zweite Ableitungsfunktion der Funktion f_a gilt:
$$f''_a(x) = -8 \cdot \frac{a - 4x^2}{(4x^2 + a)^2} \quad \left(x \in \mathbf{D}_{f''_a}\right) .$$

Berechnen Sie die Koordinaten des lokalen Extrempunkts des Graphen der Funktion f_a und untersuchen Sie dessen Art. Erreichbare BE-Anzahl: 7

c) Berechnen Sie den Wert a, für den die Funktion f_a an der Stelle $x_0=\frac{1}{4}\sqrt{e}$ eine Nullstelle hat.
Begründen Sie, dass die Funktion f_a für $a > e$ keine Nullstelle besitzt. Erreichbare BE-Anzahl: 5

d) Der Graph der Funktion f_a besitzt genau zwei Wendepunkte P_a und Q_a. Die Tangenten an den Graphen der Funktion f_a in diesen beiden Punkten schneiden sich im Punkt T_a.
Berechnen Sie den Wert a, für den der Flächeninhalt des Dreiecks mit den Eckpunkten P_a, Q_a und T_a den Wert ¾ besitzt. Erreichbare BE-Anzahl: 10

e) Für jedes b ($b \in \mathbb{R}$; $b \neq 0$) ist eine Funktion g_b durch $g_b(x)=x^2 + 3x + b$ ($x \in \mathbb{R}$) gegeben. Die Graphen der Funktionen f_4 und g_{-4} begrenzen eine Fläche vollständig.
Ermitteln Sie einen Näherungswert für den Inhalt dieser Fläche.
Es gibt genau einen Wert b, für den sich die Graphen der Funktionen f_4 und g_b in genau einem Punkt berühren.
Berechnen Sie diesen Wert b. Erreichbare BE-Anzahl: 6

Teil B: Geometrie /Algebra

In einem kartesischen Koordinatensystem sind eine Gerade g durch $\vec{x}=\begin{pmatrix}-12\\9\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}16\\-13\\5\end{pmatrix}\ (t\in\mathbb{R})$,
für jedes $k \in \mathbb{R}$ eine Ebene ε_k durch: ε_k: $4kx + (4k-1)y - 5z = -26$ sowie die Punkte $A(6 \mid -15 \mid 16)$ und $C(18 \mid -6 \mid 1)$ gegeben.
Die Ebene η enthält die Gerade g sowie den Punkt A.

a) Begründen Sie, dass die Ebene η durch g und A eindeutig bestimmt ist.
Zeigen Sie, dass der Punkt C ebenfalls in η liegt.
Die Schnittpunkte S_x, S_y S_z der Ebene η mit den Koordinatenachsen und der Koordinatenursprung sind die Eckpunkte eines Körpers.
Ermitteln Sie das Volumen dieses Körpers. Erreichbare BE-Anzahl: 9

b) Untersuchen Sie, ob es einen Wert k gibt, so dass die Gerade g die Ebene ε_k senkrecht schneidet.
Erreichbare BE-Anzahl: 4

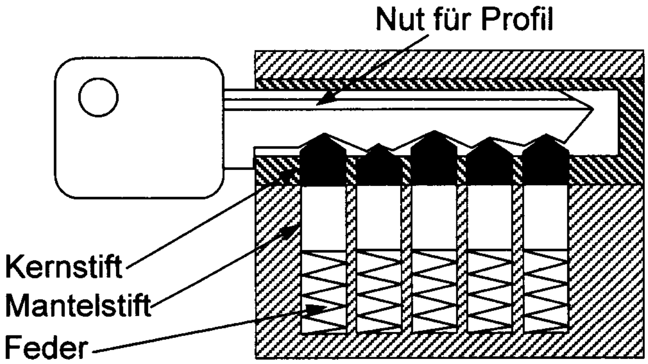
c) Auf der Geraden g existieren genau zwei Punkte B und D derart, dass die Punkte A, B, C und D Eckpunkte eines Quadrats mit der Diagonalen $\overline{AC}$ sind.
Berechnen Sie die Koordinaten dieser beiden Punkte.
Ermitteln Sie den Flächeninhalt dieses Quadrats. Erreichbare BE-Anzahl: 7

d) Das Quadrat aus Aufgabenteil c) ist die Grundfläche eines Würfels. Es existieren gerade Kreiskegel, deren Grundfläche in der Ebene η liegen und die diesen Würfel vollständig enthalten. Unter diesen Kreiskegeln existiert genau ein Kegel mit kleinstmöglichem Volumen.
Ermitteln Sie den Radius des Grundkreises und die Höhe dieses Kegels. Erreichbare BE-Anzahl: 5

Teil C: Stochastik

Ein Zylinderschloss lässt sich durch einen Schlüssel mit fünf Kerben schließen. Beim Einführen eines passenden Schlüssels in das Schloss werden die fünf Kernstifte so nach unten gedrückt, dass sich der Schlüssel drehen lässt (siehe Skizze).

Der kürzeste Kernstift kann 4,80 mm, der längste 8,20 mm lang sein. Die Längen dieser Kernstifte, welche die Tiefen der Kerben im Schlüssel bestimmen, gibt es in Abstufungen von 0,20 mm.



a) Ermitteln Sie die Anzahl aller möglichen verschiedenen Schlösser, die aufgrund der Kernstiftlängen hergestellt werden können. Schlüssel brechen häufiger ab, wenn der linke Kernstift zu lang ist. Deshalb wird festgelegt, dass die maximale Länge dieses Kernstifts 6,00 mm beträgt.
Geben Sie die Anzahl der möglichen verschiedenen Schlösser an, die sich nach dieser Festlegung ergeben. Erreichbare BE-Anzahl: 3

b) Eine Art von Kernstiften soll eine Länge von 5,00 mm haben. Bei der Produktion dieser Stifte tritt eine Standardabweichung von 0,05 mm auf. Die Länge der Kernstifte wird als normalverteilt angenommen. Weicht die Länge eines dieser Stifte um mehr als 2% vom Erwartungswert ab, kann er nicht mehr genutzt werden.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kernstift dieser Art nicht mehr genutzt werden kann. Erreichbare BE-Anzahl: 3

c) Erfahrungsgemäß müssen 5% aller Schlösser innerhalb eines Jahres ausgewechselt werden.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter 80 Schlössern genau fünf innerhalb eines Jahres ausgewechselt werden müssen.
Ein Hausmeister betreut in seinem Wohnkomplex 50 Wohnungen mit je einem Wohnungstürschloss. Ermitteln Sie die Anzahl der erforderlichen Reserveschlösser, die dieser Hausmeister für den Zeitraum eines Jahres mindestens kaufen muss, damit diese Schlösser mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,8 reichen. Erreichbare BE-Anzahl: 4

Bei der Herstellung von Schlüsseln wird zuerst das Profil angefertigt, anschließend werden die Kerben gefräst.

Ein Schlüssel schließt genau dann nicht, wenn er ein falsches Profil aufweist oder die Schließkerben falsch gefräst wurden.

In der Regel hat jeweils einer von 50 Schlüsseln nach der ersten Fertigungsphase ein falsches Profil. Erfahrungsgemäß stimmt die Fräsung der Schließkerben bei 98% der Schlüssel mit richtigem Profil und bei 96% der Schlüssel mit falschem Profil.

d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Schlüssel nicht schließt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Schlüssel ein falsches Profil besitzt, wenn die Fräsung der Schließkerben keinen Fehler aufweist. Erreichbare BE-Anzahl: 5

Teil D: Wahlaufgaben

Wählen Sie genau eine der folgenden Aufgaben zur Bearbeitung aus.

Wahlaufgabe 1

Ein Fahrradteam bereitet sich auf eine Bergetappe vor. Das Streckenprofil lässt sich in einem kartesischen Koordinatensystem annähernd durch den Graphen einer Funktion f mit

$$f(x) = 0{,}3 \cdot \sin(x + 1) + \ln(0{,}3 \cdot x + 1),\ D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R};\ 2 \le x \le 20\}$$

beschreiben. Eine Längeneinheit entspricht einem Kilometer.

Der Start erfolgt im Punkt S(2; f(2)), das Ziel befindet sich auf dem letzten Gipfel der Strecke.

a) Auf jedem Gipfel (einschließlich des Zieles) gibt es eine Bergwertung.
Geben Sie die Anzahl der Bergwertungen und einen Näherungswert für die Höhendifferenz vom tiefsten zum höchsten Punkt der Etappe in ganzen Metern an.
Ermitteln Sie einen Näherungswert für den maximalen Anstiegswinkel bei dieser Etappe in Grad.
Erreichbare BE-Anzahl: 5

b) Im Ziel soll lotrecht ein Kameramast aufgebaut werden, von dem aus der mittlere Gipfel eingesehen werden kann.
Beschreiben Sie ein mögliches Vorgehen, mit dem die Mindesthöhe des Mastes ermittelt werden kann. Erreichbare BE-Anzahl: 2

c) Im Winter trainierte das Team in der Halle Einzelzeitfahren über eine bestimmte Strecke. Die dabei erreichten Zeiten sind annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung $\sigma = 20\text{s}$. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Zeiten unter 12min25s erreicht werden, beträgt 0,3085.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die erreichten Zeiten zwischen 12min30s und 12min50s liegen. Erreichbare BE-Anzahl: 4

d) In Vorbereitung des Rennens absolvieren die Fahrer Trainingsabschnitte auf einem Ergometer. Beim Programmieren des Ergometers treten Probleme auf, da keine Softwareversion zur Verfügung steht, die das Streckenprofil hinreichend genau simuliert.
Eine vorhandene Softwareversion nutzt zur Simulation die Funktion w mit $w(x)=0{,}3 \cdot \sin(x + 1)$, $D_w =\{x \mid x \in \mathbb{R};\ 2 \leq x \leq 20\}$.
Ein Merkmal für die Güte der Simulation ist die Genauigkeit der Übereinstimmung des Anstiegs.
Zeigen Sie rechnerisch, dass mit zunehmender Streckenlänge der Anstieg der Funktion f durch den Anstieg der Funktion w immer besser angenähert wird. Erreichbare BE-Anzahl: 4

Wahlaufgabe 2

Aus einer dünnen Kreisscheibe aus Papier mit dem Radius $a = 3{,}0$ cm wird ein Sektor mit dem Zentriwinkel α ausgeschnitten.

Dieser Sektor (siehe schraffierter Teil der Abbildung) wird zu einem unten offenen Kreiskegel zusammengefügt.

Dieser Kegel wird durch eine entsprechende Kreisfläche geschlossen.

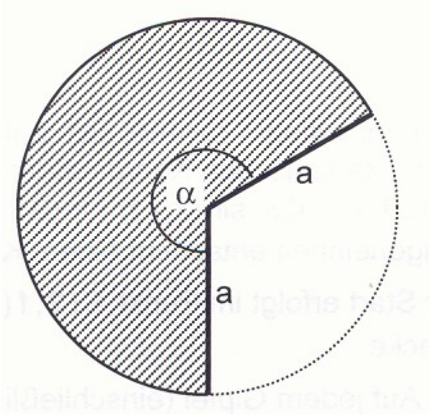


Abbildung 1: Skizze (nicht maßstäblich)

a) Ermitteln Sie für $\alpha = 300°$ Näherungswerte für den Oberflächeninhalt und das Volumen dieses geschlossenen Kreiskegels. Erreichbare BE-Anzahl: 5

b) Es existiert genau ein Winkel α, für den das Volumen des entstehenden Kreiskegels maximal ist.
Ermitteln Sie einen Näherungswert für die Größe des Winkels α.
Erreichbare BE-Anzahl: 4

Für ein Spiel werden 30 solcher Kreiskegel hergestellt. Diese 30 Kegel befinden sich in einer Urne und unterscheiden sich in der Farbe sowie dem aufgedruckten Muster. Die Farbe ist entweder gelb, rot oder blau. Auf die Kegel sind entweder Streifen oder Punkte gedruckt. Genau 12 Kegel besitzen Streifen, darunter sind genau 3 blaue und genau ein roter.

Der Spieler setzt 3 Euro ein und zieht zufällig aus dieser Urne einen Kegel.

Besitzt dieser Kegel Punkte, dann ist das Spiel beendet und der Einsatz ist verloren.
Besitzt der gezogene Kegel Streifen, dann wird er beiseite gelegt und abschließend genau ein weiterer Kegel zufällig aus der Urne gezogen.
Besitzt der zweite Kegel ebenfalls Streifen und hat dieselbe Farbe wie der erste, dann werden z Euro ausgezahlt. Trägt der zweite Kegel Streifen, besitzt aber eine andere Farbe als der erste, so werden ½z Euro ausgezahlt. Bei einem zweiten Kegel mit Punkten wird nichts ausgezahlt.

c) Ermitteln Sie, ab welchem ganzzahligen Wert von z der Spieler langfristig mit einem Gewinn rechnen kann. Erreichbare BE-Anzahl: 6

Lösungsvorschläge

Teil A

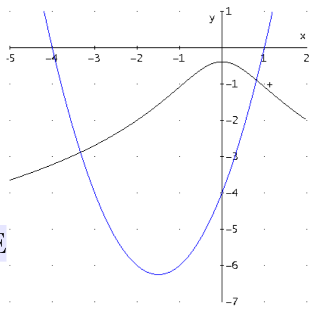
a) größtmöglicher Definitionsbereich: D = ℝ (wegen $4x^2 + a > 0$ und $a > 0$)
Nachweis der Symmetrie (2 BE) $f(x)=f(-x)$ wegen $(-x)^2 = x^2$
Koordinaten des Schnittpunkts mit der Ordinatenachse: $S_y(a) = (0 \mid 1 - \ln(a))$
$S_y(a)$ liegt oberhalb der Abszissenachse für alle $a < e$.
$S_y(a)$ liegt unterhalb der Abszissenachse für alle $a > e$.
$S_y(a)$ liegt auf der Abszissenachse für $a = e$. 7 BE

b) 1. Ableitung (2 BE): $f'_a(x) = -\frac{8x}{4x^2+a}$
Nachweis der 2. Ableitung (2 BE)
mögliche Extremstelle
Nachweis der Art des Extremums: $f''_a(0) = -8/a < 0$
Koordinaten des lokalen Maximumpunkts: $P = S_y(a)$ 7 BE

c) Ansatz für Wert a (2 BE): $f_a\left(\frac{1}{4}\sqrt{e}\right) = 0 \;\Rightarrow\; \ln\left(a + \frac{e}{4}\right) = 1$
Wert a: $a = \frac{3}{4}e$
Begründung (2 BE) wegen $f_a(x_0) = 0 \Rightarrow 4x_0^2 = e - a \Rightarrow$ hat keine Lösung für $a > e$ 5 BE

d) eine Wendestelle
Koordinaten eines Wendepunkts: z. B. $P_a\left(-\frac{1}{2}\sqrt{a} \,\middle|\, 1 - \ln(2a)\right)$
Ansatz für Anstieg der Tangente in einem Wendepunkt
Anstieg der Tangente in einem Wendepunkt
Ansatz für eine Gleichung der Tangente in einem Wendepunkt
eine Gleichung der Tangente in einem Wendepunkt: $y = \frac{2}{\sqrt{a}} \cdot x + 2 - \ln(2a)$
z. B. Ordinate des Punktes T_a: $y_T = 2 - \ln(2a)$
Ansatz für Flächeninhalt des Dreiecks: $A(a) = x_{P_a}\left(y_T - y_{P_a}\right)$
Flächeninhalt des Dreiecks in Abhängigkeit von a: $A(a) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a}$
Wert a: $a = 9/4$ 10 BE

e) Ansatz für Flächeninhalt (2 BE): $A = \int_{-3.3353}^{0.8141} f_4(x) - g_{-4}(x)\,dx$



Flächeninhalt: $A \approx 13.78$
Lösungsidee (2 BE): $f'_4(x_S) = g'_b(x_S) \;\Rightarrow\; -\frac{2x_S}{x_S^2+1} = 2x_S + 3 \;\Rightarrow x_S = -1$
Wert b: $b = 3 - \ln(8)$ 6 BE

Teil B

a) Begründung (2 BE): da $A \notin g$ wird eine Ebene durch g und A eindeutig festgelegt.
η: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -12 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ -13 \\ 5 \end{pmatrix}$
Ebenengleichung für η: z. B. $x + 2y + 2z - 8 = 0$
Nachweis: $18 + 2 \cdot (-6) + 2 \cdot 1 - 8 = 0$
Koordinaten der Schnittpunkte: $S_x(8 \mid 0 \mid 0)$, $S_y(0 \mid 4 \mid 0)$, $S_z(0 \mid 0 \mid 4)$ (3 BE)

Ansatz für Volumen: Pyramide aus den Achsenabschnitten
Volumen: V= 64/3 9 BE

b) Untersuchung auf Orthogonalität (3 BE)
Senkrecht sind sie, wenn die Richtung der Geraden und die Normale der Ebenen parallel sind:

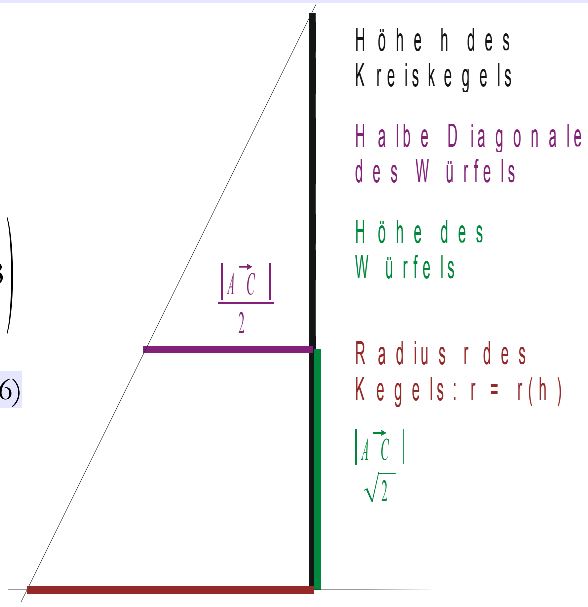
$$\begin{pmatrix}16\\-13\\5\end{pmatrix}=\lambda\cdot\begin{pmatrix}4k\\4k-1\\-5\end{pmatrix}$$

Aussage: Es gibt keinen Wert k. 4 BE

a) Ansatz (2 BE): $$\vec{OP}_{1/2}=\frac{\vec{OA}+\vec{OC}}{2}\pm\frac{\frac{1}{2}|\vec{AC}|}{\left|\begin{pmatrix}16\\-13\\5\end{pmatrix}\right|}\cdot\begin{pmatrix}16\\-13\\5\end{pmatrix}$$

Umformungen: $$\vec{OP}_{1/2}=\begin{pmatrix}12\\-21/2\\17/2\end{pmatrix}\pm\frac{15\cdot\sqrt{2}}{2\cdot15\cdot\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix}16\\-13\\5\end{pmatrix}$$

Koordinaten eines Punktes: z. B. B (20 | -17 | 11)
Koordinaten des anderen Punktes: z. B. D (4 | -4 | 6)
Ansatz für Flächeninhalt
Flächeninhalt: A = 225



b) Nebenbedingung (2 BE): siehe Skizze

$$\frac{h}{r(h)}=\frac{h-\frac{|\vec{AC}|}{\sqrt{2}}}{\frac{|\vec{AC}|}{2}}\Rightarrow r(h)=\frac{15h}{\sqrt{2}(h-15)}$$

eine Gleichung der Zielfunktion in einer Variablen: $V(h)=\frac{\pi}{3}r^2h=\frac{75\pi h^3}{2(h-15)^2}$

und mit $V'(h)=\frac{75\pi h^2(h-45)}{2(h-15)^3}$ folgt

Radius r: r = 45/4 √2
Höhe h: h= 45 5 BE

Teil C

a) Ansatz: 18 unterschiedlich lange Zylinder ergeben 18^5 Möglichkeiten
Anzahl der möglichen Schlösser: 1 889 568
Anzahl der möglichen Schlösser mit veränderter Bedingung: 734 832 = $7\cdot18^4$ 3 BE

b) Ansatz für Wahrscheinlichkeit (2 BE): p = 1 – ($\Phi_{\mu=5;\sigma=0.05}$(1.02*5)-$\Phi_{\mu=5;\sigma=0.05}$(0.98*5))
Wahrscheinlichkeit: p ≈ .0455 3 BE

c) Charakterisierung einer Zufallsgröße X: Binomialverteilung $b_{80;0.05}(5)$
Wahrscheinlichkeit: P(X) ≈ .1603

Ansatz: $\sum_{i=0}^{n} b_{50;.05}(i)>0.8$ ⇒ $B_{50;.05}(3)$ ≈ 76% und $B_{50;.05}(4)$ ≈ 90%
Anzahl der Reserveschlösser: 4 4 BE

d) Ansatz für Wahrscheinlichkeit, dass ein Schlüssel nicht schließt (2 BE)
P(Profil=falsch) = 0.02; $P_{\text{Profil=richtig}}$(Fräsung=richtig) = 0.98; $P_{\text{Profil=falsch}}$(Fräsung=richtig) = 0.96
p = 1 – $P_{\text{Profil=richtig}}$(Fräsung=richtig)

Wahrscheinlichkeit: $p = .0396$
Ansatz für bedingte Wahrscheinlichkeit: $p = P_{\text{Fräsung =richtig}}(\text{Profil=falsch})$
bedingte Wahrscheinlichkeit: $p \approx .0196$ 5 BE

Teil W1

a) Anzahl der Bergwertungen: 3
z. B.: GTR – Verwendung von fMin und fMax
Höhendifferenz: $\Delta h \approx 1813\text{m}$
Ansatz für maximalen Anstieg: `fMax(nDerive(Y1,X,X),X,2,20)` $\rightarrow x_{max} = 5.2378$
maximaler Anstieg: $m_{max} = f'(x_{max}) = 0.4164$
maximaler Anstiegswinkel: $\alpha \approx 22.6°$ 5 BE

b) Beschreibung:
z. B.: Sichtgerade s(x) vom mittleren Gipfel über den letzten Gipfel bilden und Höhe = f(20) – s(20)
2 BE

c) 12min25s = 745s
Ansatz für Erwartungswert: $\Phi_{\mu;\sigma=20}(745) = 0{,}3085$
mit GTR: `solve(normalcdf(745,M,20)-.3085,M,800)` $\rightarrow 755.0021$
Erwartungswert: $\mu = 755\text{s}$
Ansatz für Wahrscheinlichkeit: $\Phi_{\mu=755;\sigma=20}(770) - \Phi_{\mu=755;\sigma=20}(750)$
Wahrscheinlichkeit: $p \approx .3721$ 4 BE

d) Abweichung(x) = $|f'(x) - w'(x)|$

erste Ableitungsfunktionen (2 BE): $w'(x)=\frac{3}{10}\cos(x+1)$; $f'(x)=\frac{3}{10}\cos(x+1)+\frac{3}{3x+10}$

Monotonie der Differenzfunktion:

$|w'(x)-f'(x)|=\frac{3}{3x+10}$ ist ein Hyperbelast, der für $x>-\frac{10}{3}$ fällt

Schlussfolgerung 4 BE

Teil W2

a) Radius des Kreiskegels r_k: Bogenlänge als Verhältnis $\frac{360°}{2\pi r}=\frac{300°}{b}$; $b = 5\pi \Rightarrow$ $r_k=\frac{5}{2}$

Ansatz für Oberflächeninhalt: $A_{\text{Oberfläche}} = A_{\text{Mantel}} + A_{\text{Kreis}}$; mit $\frac{360°}{\pi r^2}=\frac{300°}{A_{Mantel}}$ und $A_{\text{Kreis}} = \pi r_k^2$

$A_O=\frac{55}{4}\pi$

Oberflächeninhalt: $A_O \approx 43{,}2\ \text{cm}^2$

Ansatz für Volumen: $V=\frac{1}{3}A_{Kreis}\cdot h=\frac{1}{3}\pi r_k^2\cdot h$ mit $h^2 + r_k^2 = a^2 \Rightarrow$ $V(r_k)=\frac{1}{3}\pi r_k^2\cdot\sqrt{9-r_k^2}$

$V\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{25}{24}\sqrt{11}\pi$

Volumen: $V \approx 10{,}9\ \text{cm}^3$ 5 BE

b) Ansatz für Zielfunktion (2 BE): $V(r_k)=\frac{1}{3}\pi r_k^2\cdot\sqrt{9-r_k^2}$ mit $r_k(\alpha)=\frac{\alpha}{360}r$ $\Rightarrow$

Zielfunktion: $V(\alpha)=\frac{\pi\alpha^2\sqrt{129600-\alpha^2}}{5184000}$ $\Rightarrow \alpha = 120\sqrt{6}$

Winkel : $\alpha \approx 294°$ 4 BE

c) Analyse des Spiels
Werte der Zufallsgröße
Wahrscheinlichkeit für einen Wert der Zufallsgröße
vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung
Ansatz für Wert z
Wert für z: z = 27 6 BE