Schriftliche Abiturprüfung – Leistungskursfach – Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2005, wie sie vom Sächsischen Staatsministeriums für Kultus auf dem Sächsischen Schulserver (www.sachsen-macht-schule.de) veröffentlicht wurden.

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den graphikfähigen Taschenrechner (GTR – hier TI 82/83/83+) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter www.sn.schule.de/~matheabi dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf.
- Die **offiziellen** Abituraufgaben werden nach Beendigung der Prüfungsphase auf dem Sächsischen Schulserver veröffentlicht.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: F. Müller (matheAbi@oskar-reime-gymnasium.de) – Mathe-Lehrer.
Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 06.04.06.
- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

Material für den Prüfungsteilnehmer

Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit (einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte und der Zeit für die Auswahl der Wahlaufgabe) beträgt **300 Minuten.**

Auf dem Deckblatt der Arbeit haben Sie den verwendeten GTR-Typ anzugeben.

Die Prüfungsarbeit besteht aus den zu bearbeitenden Pflichtteilen **A, B** und **C** sowie dem **Wahlteil D.**
Es sind alle Aufgaben der Pflichtteile zu bearbeiten.
Aus dem Teil D ist **genau eine** der beiden Aufgaben zu bearbeiten.
Der Lösungsweg mit Begründungen, Nebenrechnungen und (bei Konstruktionen) Hilfslinien muss deutlich erkennbar in gut lesbarer Form dargestellt werden.

Bei Verwendung von GTR-Programmen ist anzugeben, aus welchen Eingabedaten das Programm welche Ausgabendaten berechnet.

Insgesamt sind 90 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, davon

im Teil A	35 BE,
im Teil B	25 BE,
im Teil C	15 BE,
im Teil D	15 BE.

Erlaubte Hilfsmittel:

- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Taschenrechner ohne Computer-Algebra-System
- Tabellen- und Formelsammlung ohne ausführliche Musterbeispiele (im Unterricht eingeführt, ohne ausführliche Musterbeispiele)
- Zeichengeräte
- beiliegende „Materialien für Aufgaben zur Stochastik“[1]

Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
90 BE	90-86	85-82	81-77	76-73	72-68	67-64	63-59	58-55	54-50	49-46	45-41	40-37	36-31	30-25	24-19	18-0

Prüfungsinhalt

Pflichtaufgaben

Teil A: Analysis

Für jedes k ($k \in \mathbb{R}$; $k > 0$) ist eine Funktion f_k durch $f_k(x) = \left(\frac{1}{2}x - k\right) \cdot e^{\frac{1}{k}x}$ ($x \in \mathbb{R}$) und deren zweite Ableitungsfunktion f''_k durch $f''_k(x) = \frac{x}{2k^2} \cdot e^{\frac{1}{k}x}$ ($x \in \mathbb{R}$) gegeben.

a) Geben Sie die Nullstelle der Funktion f_2. die Koordinaten des lokalen Extrempunktes und die Koordinaten des Wendepunktes des Graphen der Funktion f_2 an.

1 Diese werden hier nicht wiedergegeben. Sie enthalten zumeist eine Tabelle zur Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. Manchmal eine Tabelle zur Summenfunktion der Binomialverteilung. Beides kann durch Verwendung des GTR leicht ersetzt werden. Die Tabellen finden Sie im Inhalt der Online-Ausgabe dieses Textes www.sn.schule.de/~matheabi.

Der Graph der Funktion f2 und die Koordinatenachsen begrenzen eine Fläche vollständig. Durch Rotation dieser Fläche um die Abszissenachse entsteht ein Körper.
Ermitteln Sie einen Näherungswert für das Volumen dieses Körpers. Erreichbare BE-Anzahl: 6

b) Der Graph jeder Funktion fk besitzt genau einen lokalen Extrempunkt.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion g, auf deren Graph die lokalen Extrempunkte aller Funktionen f_k liegen. Erreichbare BE-Anzahl: 5

c) Ermitteln Sie alle Werte k, für die sich die Graphen der Funktion f_k und der Ableitungsfunktion f_k' nicht schneiden. Erreichbare BE-Anzahl: 4

d) Zeigen Sie durch Integration, dass die Funktion F_k mit der Gleichung $F_k(x)=\frac{k}{2}(x-3k)\cdot e^{\frac{1}{k}x}$ ($x \in \mathbb{R}$) eine Stammfunktion der Funktion f_k ist.
Der Graph der Funktion f_k und die Koordinatenachsen begrenzen eine Fläche vollständig.
Berechnen Sie ohne Verwendung von Näherungswerten den Wert k, für den der Inhalt dieser Fläche $\frac{2}{9}\cdot\left(e^2-3\right)$ beträgt. Erreichbare BE-Anzahl: 8

Der Graph jeder Funktion fk besitzt genau einen Wendepunkt W_k.
Die Wendetangente sei t_k. Die Senkrechte zur Wendetangente im Punkt W_k sei s_k.

e) Begründen Sie, dass alle Tangenten t_k parallel zueinander verlaufen.
Die Geraden t_k und s_k sowie die Abszissenachse begrenzen eine Dreiecksfläche vollständig.
Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche. Erreichbare BE-Anzahl: 9

f) Der Graph der Funktion f_2 hat den lokalen Extrempunkt P_{E_2}.
Geben Sie eine Gleichung einer trigonometrischen Funktion an, deren Graph den Graphen der Funktion f_2 im Punkt P_{E_2} berührt.
Begründen Sie Ihre Entscheidung. Erreichbare BE-Anzahl: 3

Teil B: Geometrie /Algebra

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte A(-2 | 0 | 2), B(2 | 1 | 4), P(-2 | -4 | 4) und D(-2 | $-4\sqrt{2}$ | $2 + 2\sqrt{2}$) gegeben.
Die Strecke $\overline{AB}$ ist die Höhe eines geraden Kreiskegels. Sein Grundkreis k um den Punkt A mit dem Radius $\sqrt{20}$ liegt in der Ebene E.

a) Begründen Sie, dass $4x + y + 2z = -4$ eine Gleichung der Ebene E ist.
Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Punkt D in der Ebene E liegt.
Berechnen Sie den Abstand des Punktes D vom Grundkreis k. Erreichbare BE-Anzahl: 6

b) Weisen Sie nach, dass der Punkt P auf dem Grundkreis k liegt.
Ermitteln Sie einen Näherungswert für den Öffnungswinkel dieses Kreiskegels an der Spitze B.
Erreichbare BE-Anzahl: 4

c) Beschreiben Sie eine Möglichkeit, um die Koordinaten eines von P verschiedenen Punktes zu ermitteln, der auf dem Grundkreis k liegt.
Ermitteln Sie die Koordinaten eines solchen Punktes. Erreichbare BE-Anzahl: 4

d) Für jedes a ($a \in \mathbb{R}$) ist ein Punkt C_a (-a | 8 – 2a | -6 + 3a) gegeben.
Ermitteln Sie alle Werte a, für die der Punkt Ca innerhalb des Grundkreises k liegt.
Geben Sie die Koordinaten desjenigen Punktes Ca an, der vom Grundkreismittelpunkt den kleinstmöglichen Abstand hat. Erreichbare BE-Anzahl: 5

e) Es gibt genau eine zur Grundkreisebene E parallele Ebene E1, die das Volumen des Kreiskegels halbiert.

Weisen Sie nach, dass die Ebene E_1 vom Punkt B einen Abstand von $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt[3]{2}}$ haben muss.

Ermitteln Sie eine parameterfreie Gleichung der Ebene E_1. Erreichbare BE-Anzahl: 6

Teil C: Stochastik

Bei der maschinellen Herstellung von Wurfpfeilen (Darts) in einer Firma sind 95% aller Pfeile fehlerfrei. Fehler treten nur als Material- oder Montagefehler auf. Am Ende des Produktionsprozesses werden die Wurfpfeile zufällig in Sets zu je drei Pfeilen verpackt.

a) Der laufenden Produktion werden zufällig 60 Wurfpfeile entnommen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

Ereignis A: Von den entnommenen Wurfpfeilen sind mindestens 50, aber höchstens 55 fehlerfrei.
Ereignis B: Von den entnommenen Wurfpfeilen sind mehr fehlerfrei, als man erwarten kann.

Wie viele Wurfpfeile müssen der laufenden Produktion entnommen werden, damit darunter genau 6 fehlerhafte Wurfpfeile zu erwarten sind? Erreichbare BE-Anzahl: 5

b) Berechnen Sie, wie viele Sets ein Kontrolleur mindestens der Produktion entnehmen muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 98% mindestens ein Set mit mindestens einem fehlerhaften Wurfpfeil zu erhalten. Erreichbare BE-Anzahl: 3

c) Bei der Produktion treten Materialfehler mit einer Wahrscheinlichkeit von 4% und Montagefehler mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% auf.
Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Wurfpfeil Material- und Montagefehler besitzt, 1% beträgt.
Weisen Sie nach, dass die beiden Fehlerarten stochastisch abhängig sind.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Wurfpfeil mit Materialfehler auch Montagefehler besitzt. Erreichbare BE-Anzahl: 5

Die Masse der von der Firma hergestellten Wurfpfeile sei normalverteilt mit $\mu = 18$ g und $\sigma = 0{,}5$g. Bei offiziellen Wettbewerben darf die Masse eines Wurfpfeils 18,9g nicht überschreiten.

d) Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein zufällig ausgewählter Wurfpfeil der Firma bei diesen Wettbewerben nicht verwendet werden darf. Erreichbare BE-Anzahl: 2

Teil D: Wahlaufgaben

Wählen Sie genau eine der folgenden Aufgaben zur Bearbeitung aus.

Wahlaufgabe 1

Ein Gleisplan einer ebenen Modellbahnanlage wird auf der Grundlage eines kartesischen Koordinatensystems erstellt. Eine Längeneinheit entspricht einem Dezimeter.
Die beiden geradlinig verlaufenden Gleisabschnitte zwischen den Punkten A(-10 | 0) und B(0 | 0) sowie zwischen den Punkten C(7 | 7) und D(14 | 11) sind bereits festgelegt.
Zwischen den Punkten B und C soll ein Übergangsbogen so eingepasst werden, dass jeder Übergang zwischen den Schienenstücken ohne Knick erfolgt.
Die Lage der Schienen wird vereinfacht durch ihre Mittellinie bestimmt.

a) Tim schlägt vor, die Lage dieses Übergangsbogens durch den Graphen einer ganzrationalen Funktion zu ermitteln.
Begründen Sie, dass eine ganzrationale Funktion dritten Grades dazu geeignet ist.
Bestimmen Sie eine Gleichung einer solchen Funktion.
Zeigen Sie, dass auch die Funktion p mit $p(x) = \frac{-17}{2401}x^4 + \frac{24}{343}x^3$ ($x \in \mathbb{R}$; $0 \le x \le 7$) die

Bedingungen für einen solchen Übergangsbogen erfüllt.
Die Länge eines Kurvenstückes des Graphen einer Funktion f bezeichnet man als Bogenlänge L_f.

Die Maßzahl von L_f kann im Intervall $a \leq x \leq b$ mit der Formel $L_f = \int_a^b \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}\,dx$ berechnet werden.

Ermitteln Sie einen Näherungswert für die Maßzahl der Bogenlänge L_p des Graphen der Funktion p zwischen den Punkten B und C. Erreichbare BE-Anzahl: 9

b) Tom möchte den Übergangsbogen durch zwei kreisförmige Schienenstücke mit einem Radius von je $\frac{1}{2}\sqrt{65}$ dm und einem eingeschlossenen geradlinigen Schienenstück herstellen.
Die nebenstehende Skizze zeigt einen Ausschnitt aus einem Gleisplan.
Das eingeschlossene geradlinige Schienenstück verläuft zwischen den Punkten T_1 und T_2. Der Punkt T_1 ist durch die Näherungswerte seiner Koordinaten $T_1(3{,}5 \mid 2{,}0)$ gegeben.

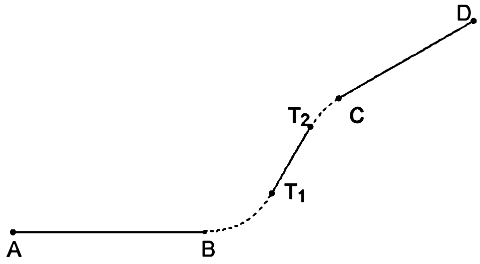

Abbildung 1: Skizze nicht maßstäblich

Ermitteln Sie Näherungswerte für die Koordinaten des Punktes T_2. Erreichbare BE-Anzahl: 6

Wahlaufgabe 2

Die Lage eines alten Abwasserkanals kann bezüglich eines kartesischen Koordinatensystems in einem bestimmten Abschnitt näherungsweise als Teil einer Geraden mit der Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $(r \in \mathbb{R})$ beschrieben werden.
Eine Längeneinheit entspricht einem Meter.
Ein neuer Kanal muss aus bautechnischen Gründen parallel zum alten Kanal in einem Abstand von 7m verlaufen. Der neue Kanal soll in einer Ebene E mit der Gleichung $18x + 5y - 22z = 75$ liegen.

a) Zeigen Sie, dass auch der alte Kanal in der Ebene E liegt.
Ermitteln Sie eine Gleichung einer Geraden, die eine mögliche Lage des neuen Kanals beschreibt.
Erreichbare BE-Anzahl: 5

Für den Bau des neuen Kanals werden Fertigelemente verwendet. Sie besitzen eine konstante Querschnittsfläche, die durch einen Halbkreis (außen), durch einen parabelförmigen Bogen (innen) sowie zwei Strecken begrenzt werden (siehe Abbildung).

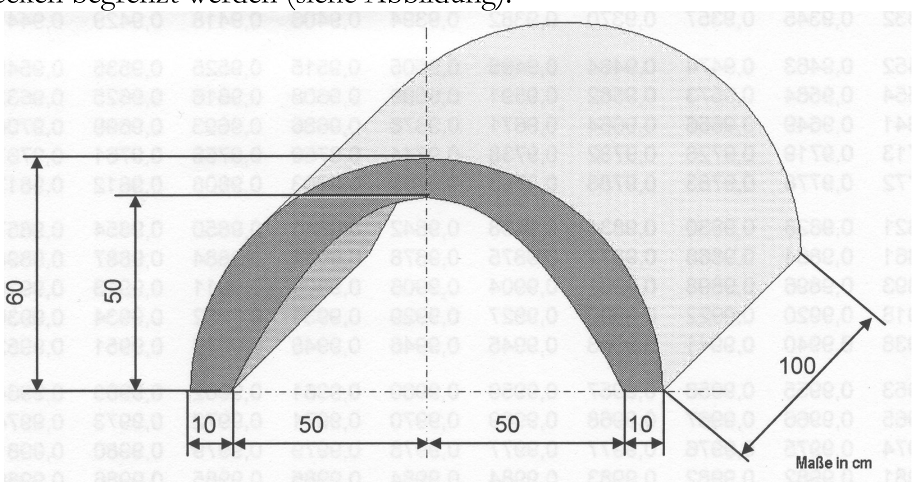

Abbildung 2: (Skizze nicht maßstäblich)

Ein solches Fertigelement hat eine Länge von 1 m und besteht aus Beton mit der Dichte $\rho = 2{,}3\,\frac{g}{cm^3}$.

b) Ermitteln Sie die Masse eines Fertigelementes in Kilogramm. Erreichbare BE-Anzahl: 6

c) Das Fertigelement soll senkrecht zum Halbkreis der Querschnittsfläche an einer Stelle durchbohrt werden, wo die Wandstärke am größten ist.
Ermitteln Sie diese maximale Wandstärke. Erreichbare BE-Anzahl: 4

Lösungsvorschläge

Teil A

a) Nullstelle: $x_0 = 4$
Koordinaten des lokalen Extrempunktes: $P_E(2 \mid -e)$
Wendestelle
Koordinaten des Wendepunktes: $P_W(0 \mid -2)$
Ansatz für Volumen
Volumen: $V \approx 65{,}3$

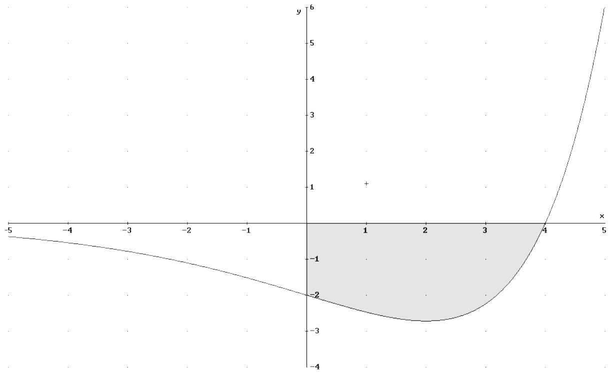

Abbildung 3: $f_2(x)$

b) 1. Ableitung (2 BE)

$$f_k'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{k} - 1\right) \cdot e^{\frac{1}{k}x}$$

Extremstelle
Koordinaten des Extrempunktes: $P_{Min}(k \mid -\frac{1}{2}ke)$
Gleichung der Funktion: $g(x) = -\frac{1}{2}e \cdot x$

c) Ansatz für Schnittstelle: $f_k(x) = f'_k(x)$
Umformungen (2 BE)
Wert k: $k = 1$

d) Nachweis der Stammfunktion (3 BE): partielle Integration

Ansatz für Fläche: $A(k) = \left|\int_0^{2k} f_k(x)\right| = F_k(2k) - F_k(0)$

Inhalt der Fläche in Abhängigkeit von k: $A(k) = \frac{k^2}{2}(e^2 - 3)$

Ansatz für Wert k: $A(k) = \frac{k^2}{2}(e^2 - 3) = \frac{2}{9}(e^2 - 3)$

Umformungen
Wert k: $k = 2/3$

e) Variante I:
$P_W(0 \mid -k) \Rightarrow t_k$: $m_t = f'_k(0) = -\frac{1}{2}$
$\Rightarrow$ Alle Tangenten sind parallel, denn deren Anstieg ist stets gleich.
s_k: $m_s = 2$;
Wegen $m_t = \tan \alpha$ reicht es die Strecken a und b, wie in Abbildung 4 zu sehen, zu berechnen: $m_t = \frac{k}{a}$ und

$$m_s = \frac{k}{b}$$

$A = \frac{1}{2}(a + b) \cdot k$

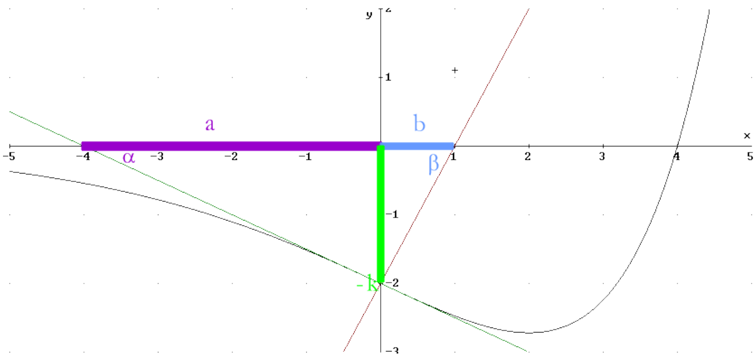

Abbildung 4

Variante II:
Wendestelle
Begründung für Parallelität (2 BE)
Ordinate des Wendepunktes
Gleichung der Tangente t_k
Ansatz für Senkrechte s_k
Gleichung der Senkrechten s_k
Ansatz für Flächeninhalt
Flächeninhalt: $A = 5/4\, k^2$

f) Gleichung einer trigonometrischen Funktion (2 BE)

einige Funktionen h(x): $-e\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$; $e\sin\left(x+\frac{3}{2}\pi-2\right)$; $e\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$;

fragwürdig ist: $e\left(\sin^2(x)+\cos^2(x)\right)$

Begründung: h(2) = e und h'(2) = 0

Teil B

a) Begründung (2 BE):

zum Beispiel: die Normalenform von E $(\vec{x}-\vec{OA})\cdot\vec{AB}=0$ bzw. $\vec{x}\cdot\vec{AB}=\vec{OA}\cdot\vec{AB}$ stimmt mit der gegebenen Ebene überein oder $\vec{AB}$ entspricht dem Normalenvektor der Ebene und A ist in ihr enthalten.

Ansatz für Nachweis

Nachweis

Ansatz für Abstand vom Kreis

Abstand vom Kreis: d = $\sqrt{40}-\sqrt{20}$

b) Nachweis für Abstand vom Punkt A:

Nachweis für Lage bzgl. E

Ansatz für Öffnungswinkel: $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{|\vec{AB}|}{\sqrt{20}}$

Größe des Öffnungswinkels: a ≈ 88.6°

c) vollständige Beschreibung (2 BE): P_1 als Spiegelpunkt von P an A

Ansatz für Koordinaten eines Punktes: $\vec{OP}_1=\vec{OP}+\vec{AP}$

Koordinaten eines Punktes: z. B. (-2 | 4 | 0)

d) Ansatz für Abstand (2 BE): $\vec{AC}_a^{\,2}<20$ ⇔ $132-84a+14a^2<0$

Lösungen der quadratischen Gleichung

Werte a: $2 < a < 4$

Koordinaten des Punktes mit minimalem Abstand: $C_3(-3 \mid 2 \mid 3)$

e) Nachweis für Abstand (2 BE):

Mit h und r werden die Höhe und der Radius im halbierten Kegel bezeichnet.

Nach dem Strahlensatz gilt $\frac{r}{h}=\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{21}}$.

Das halbierte Volumen: $V(r)=\frac{1}{3}\pi r^3\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{20}}=\frac{1}{6}\pi 20\sqrt{21} \Rightarrow r=\frac{\sqrt{20}}{\sqrt[3]{2}}$ und $h=\frac{\sqrt{21}}{\sqrt[3]{2}}$

Ansatz für Koordinaten eines Punktes der Ebene:

Variante I: Normalenform mit Punkt unterhalb von B

$$E_1:\left(\vec{x}-\left(\vec{OB}-\frac{\sqrt{21}}{\sqrt[3]{2}}\cdot\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|}\right)\right)\cdot\vec{AB}=0 \Rightarrow E_1: 4x+y+2z=\left(\vec{OB}-\frac{\vec{AB}}{\sqrt[3]{2}}\right)\cdot\vec{AB}$$

Variante II: ausgehend vom vorgegebenen Abstand

$d(B,E_1)=\frac{\sqrt{21}}{\sqrt[3]{2}}=(\vec{OB}-\vec{x})\,n_{\vec{BA}}$, dabei ist $n_{\vec{BA}}$ der normierte Richtungsvektor in der Richtung $\vec{BA}$.

Koordinaten eines Punktes der Ebene

Ansatz für Gleichung der Ebene

Gleichung der Ebene: $4x+y+2z=17-\frac{21}{\sqrt[3]{2}}$

Teil C

a) Charakterisierung der Zufallsgröße: Binomialverteilung $b_{60;0.95}$
   Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A: P(A) ≈ 0,1802
   Erwartungswert
   Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B: P(B) ≈ 0,4174
   Anzahl der zu entnehmenden Wurfpfeile: 120

b) Wahrscheinlichkeit für ein Set mit mindestens einem fehlerhaften Wurfpfeil: $p_m = 1 - .95^3$
   Ansatz für Anzahl: $1 - (1 - p_m)^n < .98 \Leftrightarrow 1 - .95^{3n} < .98$
   Anzahl: n=26

c) Nachweis der Wahrscheinlichkeit für Material- und Montagefehler (2 BE)
   A – Materialfehler; O – Montagefehler
   gegeben sind: P(A) = .04; P(O) = .02; $P(\overline{A} \cap \overline{O}) = .95 \;\Rightarrow\; P(\overline{\overline{A} \cap \overline{O}}) = P(A \cup O) = .05$
   $P(A \cap O) = P(A) + P(O) - P(A \cup O)$
   Nachweis für stochastische Abhängigkeit: $P(A \cap O) \neq P(A) \cdot P(O)$
   Ansatz für bedingte Wahrscheinlichkeit: $P_A(O) = \dfrac{P(A \cap O)}{P(A)}$
   Ergebnis: $P_A(O) = \frac{1}{4}$

d) Ansatz für Wahrscheinlichkeit:
   $P(m > 18{,}9) = 1 - \Phi_{\mu,\sigma}(18{,}9) \Rightarrow$ GTR TI-83 [Distr]+<2>: `normalcdf(18.9,∞,18,.5)`
   Ergebnis: P(X > 18,9) ≈ 0,0359

Teil W1

a) Begründung für ganzrationale Funktion dritten Grades
   Die Bedingungen erfordern 4 Freiheitsgrade. Nämlich 2 dafür, dass die Punkte B und C auf der Kurve liegen und 2, dass die Kurven in diesen Punkten „glatt" verlaufen. Ein Polynom 2. Grades hätte nur 3 Parameter, ein Polynom 3. Grades aber 4.
   Ansatz für Gleichungssystem
   I: $B \in f$
   II: $C \in f$
   III: $f'(x_B) = 0$
   IV: $f'(x_C) = 0$
   zwei Gleichungen des Gleichungssystems
   zwei weitere Gleichungen des Gleichungssystems
   eine Gleichung der Funktion: $f(x) = -\dfrac{10}{343}x^3 + \dfrac{17}{49}x^2$
   Nachweis für p(x) (2 BE):
   Es müssen die 4 Eigenschaften des Gleichungssystems für p nachgewiesen werden.
   Ansatz für Maßzahl der Bogenlänge
   z. B. GTR: `fnInt(√(1+nDerive(Y4,X,X)²,X,0,7)`
   Maßzahl der Bogenlänge: $L_p \approx 10{,}4$

b) Lösungsschritte (5 BE) z. B.: Radius $r = \frac{1}{2}\sqrt{65}$
   1. Mittelpunkt M_1 des Kreises durch B und T_1: $M_1(0 \mid r)$
   2. Ansatz für Mittelpunkt M_2 des Kreises durch T_2 und C:
      Senkrechte zu Strecke $\overline{CD}$ durch C ⇒ s: $y = \dfrac{7}{4}(11 - x)$
      Punkte auf s mit Abstand r zu C: $(7 - x)^2 + (7 - 7/4 \cdot (11 - x))^2 = r^2$
   3. Mittelpunkt $M_2(9 \mid 3{,}5)$ des Kreises durch T_2 und C

4. Mittelpunkt der Strecke $\overline{M_1 M_2}$
5. Ansatz für Koordinaten des Punktes T_2: ergibt sich aus der
6. Konstruktion der Tangente an einen Kreis (der mit dem Mittelpunkt M_2) von einem Punkt außerhalb (T_1) ⇒ Thaleskreis über dem Durchmesser $\overline{M_2 T_1}$; ein Schnittpunkt ist T_2.
   Näherungswerte der Koordinaten des Punktes T_2: $T_2(5{,}5 \mid 5{,}5)$

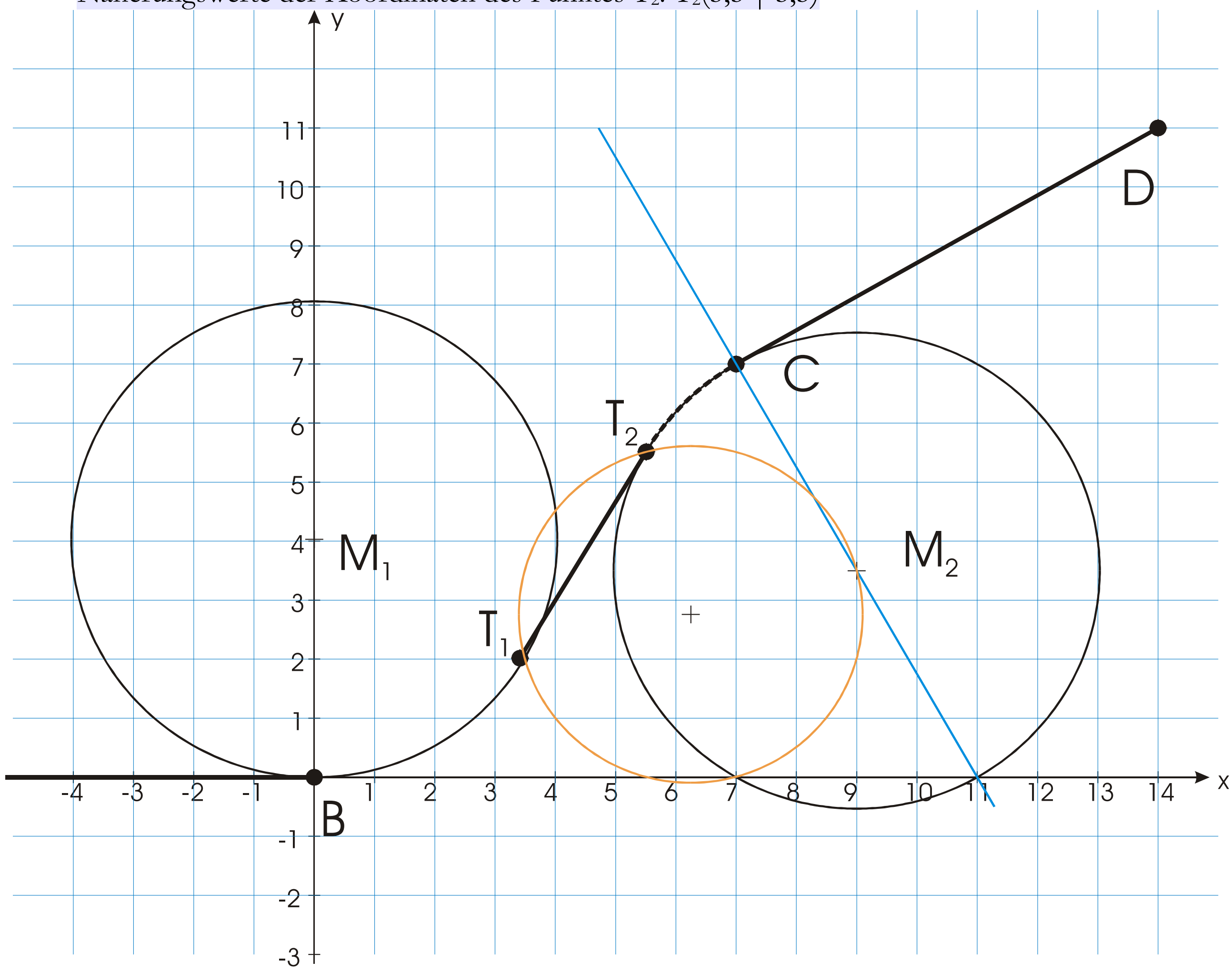

Abbildung 5

Teil W2

a) Nachweis

Ansatz für einen Stützvektor (2 BE): $\vec{OP}_{1/2} = \vec{OP} \pm 7 \cdot \dfrac{\begin{pmatrix}18\\5\\-22\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}3\\-2\\2\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}18\\5\\-22\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}3\\-2\\2\end{pmatrix}\right|}$

ein Stützvektor

eine Geradengleichung: z.B. $\vec{x} = \begin{pmatrix}6\\11\\4\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}3\\-2\\2\end{pmatrix}$ oder $\vec{x} = \begin{pmatrix}2\\-1\\-2\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}3\\-2\\2\end{pmatrix}$

b) Ansatz für Gleichung der Parabel
   Gleichung der Parabel: $y = -.02x^2 + 50$
   Ansatz für Inhalt der Querschnittsfläche

Inhalt der Querschnittsfläche
Ansatz für Masse
Masse: $m \approx 530$ kg

c) Ansatz für Zielfunktion (2 BE)
Wie in Abbildung 6 zu sehen ist, reicht es, den Abstand eines Punktes der Parabel zum Koordinatenursprung zu minimieren[2].
Zielfunktion: $d^2(x) = x^2 + (-.02x^2 + 50)^2$
den Rest macht der GTR: `fMin(d²(x),X,0,50)` $\rightarrow$ 35,355
und $d_{max} = \sqrt{d^2(35{,}355)} \approx 16{,}7$
maximale Wandstärke: $d_{max} \approx 17$ cm

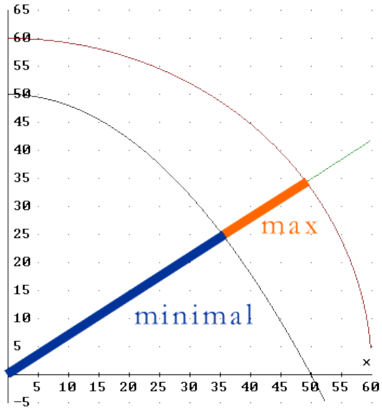

Abbildung 6

2 Denn der Abstand des Kreises zum Koordinatenursprung ist immer gleich.