

Hinweise zum Einsatz der Arbeitsblätter für Schularbeitsgemeinschaften, Klasse 3/4

Einige didaktische Hinweise und Forderungen für das Vermitteln heuristischer Vorgehensweisen

1. Kein Schüler darf unterfordert werden. *Zusatzaufgaben* für die leistungsstärksten Schüler einsetzen.
2. Stets zunächst absichern, dass alle Schüler die Aufgaben verstanden haben. (Stichproben durchführen)
3. Dann wird in der Regel stets mit *selbständiger Stillarbeit* (niemals mit einem Unterrichtsgespräch) begonnen. Wer die Lösung ermittelt hat, beschäftigt sich mit einer *Zusatzaufgabe*.
4. Wenn das Resultat einer Aufgabe nicht auch den Lösungsweg (die Herleitung) verrät, dann darf der AG-Leiter gestatten, dass die Schüler die ermittelten Resultate nennen, die der AG-Leiter kommentarlos als „Angebot“ an der Wandtafel festhält. Ob ein „Angebot“ oder ein „Gegenangebot“ richtig ist, sollen stets die Schüler selbst entscheiden.
5. Nach angemessener Zeit beginnt die *Phase gemeinsamer Arbeit* (Unterrichtsgespräch, Diskussion). Wer den *Lösungsweg* kennt, darf ihn *nicht verraten*. Er darf nur auf konkrete Fragen oder Impulse des AG-Leiters antworten.
6. Ein *Arbeitsblatt* dient nicht nur der Aufgabenstellung sondern auch dem Festhalten der Lösung. Die ausgefüllten Arbeitsblätter sind abzuheften und stets zum Zirkel mitzubringen, damit auf sie zurückgegriffen werden kann.
7. Wenn eine Aufgabe von den meisten Schülern selbständig gelöst wird, dann ist sie für das Einführen einer heuristischen Vorgehensweise ungeeignet. In einem solchen Fall sollten nur Fragen der Lösungsdarstellung besprochen werden.

Folgen von analog zu lösenden Aufgaben

1. *Tabellen* als Hilfsmittel beim systematischen *Probieren*: 1.4), 3.3), 7.2), 8.1), 11.2), 12.3), 13.5).
2. *Tabellen* als Hilfsmittel beim Lösen von *Sachaufgaben*: 2.3), 4.2), 5.4), 8.3), 11.5), 15.5), 13.2).
3. *Tabellen* als Hilfsmittel beim Lösen von *Zuordnungsaufgaben*: 5.5), 6.4), 7.Kno), 10.5).
4. *Tabellen* zum übersichtlichen Festhalten von *Folgerungen*: 9.2), 9.Z1), 10.4), 16.5).
5. Einsatz von *Ordnungsprinzipien* beim systematischen *Probieren*: 4.3), 5.2), 5.3), 7.3), 7.4), 9.3), 10.3), 11.3).
6. Beim *Folgern* zweckmäßige *Bezeichnungen* einführen: 3.4), 4.4), 5.5), 6.4), 7.Kno), 10.4), 10.5).
7. *Folgern* aus gegebenen *Bedingungen*: Mit welcher Bedingung beginnen? Nächste Bedingung? ...: 5.5), 6.4), 7.Kno), 9.2), 9.Z1), 10.4), 10.5), 16.5); 11.1), 12.1), ..., 16.1).
8. *Rückwärtsrechnen*: 4.5), 6.5), 8.4).
9. *Mengendiagramme* als Hilfsmittel: 11.4), 12.4), 16.4).
- 10). *Skizzen* als Hilfsmittel bei *Sachaufgaben*, speziell *Bewegungsaufgaben*: 13.3), 14.3), 14.5), 15.4).

Arbeitsblatt 1

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
1.1)	Lockerer Auftakt	Wer findet die Lösung am schnellsten? Wie viele Teillösungen sind richtig?
1.2)	Variable; Ungleichung Syst. .Prob.; Tabelle	Hinweis auf Notwendigkeit von Probe und Einzigkeitsnachweis. Nachträglich Tabelle ausfüllen lassen.
Z1	Systematisches Probieren	$6 \cdot 13 = ?$; $7 \cdot 13 = ?$; $8 \cdot 13 = ?$; wie bei 1.2) Keine Hilfestellung; Probe verlangen
1.3)	Folgern aus Bedingungen	Nach Kontrolle des Resultats Begründung finden und eintragen lassen.
1.4)	Systematisches Probieren; Tabelle	Anzahl der Möglichkeiten? Ordnungsprinzip?
Z2	Folgern aus Bedingungen	Keine Hilfestellung; Probe verlangen
Knobeln	Begabtenfindung	Wie schnell? Beide Begründungen richtig?

1. Zusatzaufgabe: $13 \cdot 6 = 78 < 79 < 13 \cdot 7 = 91 < 97 < 13 \cdot 8 = 101$, folglich ist **7** die gesuchte Zahl.

- 2. Zusatzaufgabe:** Aus 1 Maschine - 2 Stunden - 400 Säcke
 und 1 Bauer - 1 Stunde - 10 Säcke
 folgt 1 Bauer - 2 Stunden - 20 Säcke
 folgt **20 Bauern** - 2 Stunden - (20·20 =) 400 Säcke

Arbeitsblatt 2

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
2.1)	Lockerer Auftakt	Wer findet die Lösung am schnellsten?
2.2)	Folgern aus Bedingungen Systematisches Probieren	$A < B$ (warum?) Warum ist $A = B = 0$ keine weitere Lösung?
2.3)	Ordnen der Größe nach	Größen umrechnen! In Tabelle eintragen!
Z1	Begabtenfindung	Keine Hilfestellung; Probe verlangen
2.4)	Gesetzmäßigkeit erkennen	Differenz zwischen aufeinander folgenden Gliedern beachten!
2.5)	Begabtenfindung	Wie viele (welche) Münzen liegen lassen? (z.B. 4 „Randmünzen“, 1 „Zentralmünze“)
Knobeln	Begabtenfindung	Gesetzmäßigkeit? (Vierteldrehung)
Z2	Folgern aus Bedingungen	Nur für Schüler, die 2.4), 2.5 und „Knobeln“ gelöst haben. Keine Hilfestellung; Probe verlangen

1. Zusatzaufgabe: Bei der Gesamtanzahl 6 der Tiere gilt für jede Tierart $6 - 4 = 2$.

2. Zusatzaufgabe: 360 Bücher bei Eröffnung; $(360:3 =)$ Bücher nach Ausleihe; $(360 - 120 =)$ 240 ausgeliehene Bücher. Wenn man jeweils einen der Leser mit einem ausgeliehenen Buch und einen Leser mit 2 ausgeliehenen Büchern zusammen betrachtet, dann haben jeweils 2 Leser 3 Bücher ausgeliehen. Dies ist $(240 : 3 =)$ 80 mal geschehen. Folglich haben 80 Leser ein Buch und weitere 80 Leser zwei Bücher ausgeliehen. Folglich haben $(80 + 80 =)$ **160 Personen** Bücher ausgeliehen.

Arbeitsblatt 3

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
3.1)	Lockerer Auftakt; Begabtenfindung	Wer findet die Lösung am schnellsten?
3.2)	Folgern aus Bedingungen	Was lässt sich aus dem Gegebenen unmittelbar berechnen? Begründe!
3.3)	Tabellen als Hilfsmittel beim systematischen Probieren	Nachträglich feststellen lassen, dass es sich um die 10 Möglichkeiten aus Aufgabe 1.4) (jetzt in Cent) handelt, zusätzlich "10 Cent".
Z1	Systematisches Probieren / Folgern	Ordnungsprinzip „der Größe nach“
3.4)	„Übersetzen in die Symbolsprache“; Folgern aus Bedingungen	„Günstige Reihenfolge der Aussagen?“; Nachweisen lassen, dass (d) aus (a), (b), (c) ableitbar, also überflüssig.
Knobeln	Begabtenfindung	Wer findet 2 oder gar 3 Lösungen?
Z2	Fallunterscheidung	Zweckmäßige Bezeichnungen wählen

1. Zusatzaufgabe: Wenn Zahl gerade, dann letzte Ziffer 4 oder 6. In jedem der beiden Fälle können die restlichen drei Ziffern davor in 6 verschiedenen Reihenfolgen angeordnet werden. (3564, 3654, 5364, 5634, 6354, 6534); (3456, 3546, 4356, 4536, 5346, 5436). Es sind **12 Zahlen**.

2. Zusatzaufgabe: Da B direkt neben G sitzt, sind (bis auf das Vertauschen der Reihenfolge) folgende Fälle möglich: 1. B G __, 2. _ B G _, 3. __ B G

Fall 1 und Fall 2 entfallen, weil M und T jeweils Sitznachbarn wären. Übrig bleibt Fall 2: _ B G _ . Weil T nicht neben G sitzt, muss T neben B sitzen: T B G _ .

Folglich kann M nur auf dem freien Platz neben G sitzen und daher sitzt der **Großvater** direkt neben der Mutter.

Arbeitsblatt 4

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
4.1)	Folgern aus Bedingungen	Begründung und Probe verlangen
Z1	Folgern aus Bedingungen	keine Hilfestellung
4.2)	Folgern aus Bedingungen; Tabelle	Einführen von Tabellen zum Lösen von Sachaufgaben
Z2	Folgern aus Bedingungen; Tabelle	Spalteneingänge? Zeileneingänge? Felder füllen!
4.3)	Systematisches Probieren	Begriff „Ordnungsprinzip“ verwenden
Z3	Systematisches Probieren	Ordnungsprinzip „der Größe nach“
4.4)	Zweckmäßige Bezeichnungen; Ordnungsrelation	Selbständiges Lösen; dann Einführen der „Symbolsprache“ und gemeinsames Ausfüllen der Leerfelder. Hinweis auf 3.4)
4.5)	Begabtenfindung	„Rückwärts rechnen“; zunächst keine Hilfestellung, dann Einführen

1. Zusatzaufgabe: Wenn aus jedem Vorlauf zwei Läufer in den Endlauf kommen, stammen die 8 Endlaufteilnehmer aus 4 Vorläufen. Dort starten daher $(8 \cdot 4 =)$ **32 Sportler**.

2. Zusatzaufgabe:

Bestellung	Einzelpreis	Gesamtpreis
3 Cola	2,40 €	7,20 €
1 Bier	3,25 €	3,25 €
2 Vorspeisen	4,80 €	9,60 €
4 Hauptgerichte	-----	52,56 €
Summe	-----	72,61 €

3. Zusatzaufgabe: 11 , 12 , 13 ; 21 , 22 , 23 ; 31 , 32 , 33 ; **9 Zahlen****Arbeitsblatt 5)**

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
5.1)	Halbschriftliches Rechnen	„Geschick vorgehen! Rechenvorteile!“
5.2)	Einführen „Lexikografisches Ordnen“	„Ordnungsprinzip“ einführen
5.3)	5.2) als <i>Hilfsaufgabe</i>	„An welchen Stellen kann sich A einreihen?“
Z1	Gesetzmäßigkeit finden	Gesetzmäßigkeit formulieren lassen
5.4)	Wiederholung“ Tabelle“ bei Sachaufgaben (vgl. Aufgabe 4.2)	„Zeileneingänge? Spalteneingänge?“ „Gegebenes eintragen! Gesuchtes kennzeichnen!“ „Welches Feld der Tabelle lässt sich sofort füllen? Begründe!“
5.5)	Günstige Bezeichnungen und Tabelle bei Zuordnungsaufgaben einführen; Folgern aus Bedingungen	„Zeileneingänge? Spalteneingänge?“ Folgerungen durch „-“ bzw „+“ eintragen nebst Begründung
Z2	Folgern oder „rückwärts rechnen“	„Wie viel Restgeld mindestens oder höchstens?“

2. Zusatzaufgabe: Nach dreimaligem Halbieren erhält man den 8. Teil des Ausgangsbetrags. Da mindestens 1 € und höchstens 4 € übrig blieben, hatte Rita **mindestens 8 €** und **maximal 32 €**

Arbeitsblatt 6

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
6.1)	Systematisches Probieren; günstige Bezeichnungen	„Ordnungsprinzip?“ (lexikografisches Ordnen) „Wie viele Paare beginnen mit A?“ (4); „Wie viele beginnen mit B“ (3) usw.
6.2)	Folgern oder Probieren	selbständige Arbeit
Z1	Problemtransformation 6.1) als Hilfsaufgabe	„Wenn man 4 von 6 Sorten auswählt, muss man 2 von 6 Sorten weglassen. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?“ Vorgehen wie bei 6.1)
6.3)	Folgern	„Was lässt sich sofort berechnen? Begründe!“ ; „Mit welcher Angabe beginnen?“
6.4)	Symbolspr. und Folgern; Tabelle; günst. Bezeichn.	Vergleich mit Aufgabe 5.5), falls erforderlich; Tabelle selbständig einzeichnen lassen
Z2	Folgern	selbständige Arbeit, keine Hilfestellung
6.5)	„Rückwärts rechnen“	Probe verlangen; Hinweis auf die analoge Aufgabe 4.5)

1. Zusatzaufgabe: Aus den 6 Eissorten A, B, E, H, S, V kann man jeweils folgende Paare weglassen: AB, AE, AH, AS, AV; BE, BH, BS, BV; EH, ES, EV; HS, HV; SV. Folglich gibt es $(5 + 4 + 3 + 2 + 1 =)$ **15** Möglichkeiten, 2 von 6 Sorten wegzulassen und daher auch 15 Möglichkeiten, 4 von 6 Sorten auszuwählen.

2. Zusatzaufgabe: Arbeitszeit: $(13 + 38 + 16 + 38 + 13 + 38 =)$ 156 min = 2 h 36 min .

Abfahrt: 7.15 Uhr . Folglich Ankunft um **9.51 Uhr**.

Arbeitsblatt 7

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
7.1)	Folgern	„Was lässt sich aus den gegebenen Größen unmittelbar berechnen?“
7.2)	Systematisches Probieren; Tabelle	zunächst selbständig arbeiten; „Spalteneingänge?“
Z1	Syst. Prob.; Tabelle oder Skizze	keine Hilfestellung
7.3)	Systematisches Probieren	„Ordnungsprinzip?“ (lexikografisch)
7.4)	Systematisches Probieren	Ordnungsprinzip nennen lassen
Z2	Systematisches Probieren	keine Hilfestellung; Ordnungsprinzip nennen lassen
Knobeln	Folgern, Zuordnungstabelle	Vergleich mit den analogen Aufgaben 5.5) und 6.4)

1. Zusatzaufgabe: Nach der 1. Bedingung muss die Anzahl der Vögel um 1 größer sein als die Anzahl der Bäume. Da sich die Vögel paarweise (ohne Rest) setzen können, muss ihre Anzahl gerade sein. B = 3, V = 4 erfüllt alle Bedingungen.

Bäume	Vögel	Vogelpaare	Auswertung (Bäume - Paare) alle Bäume belegt
1	2	1	
3	4	2	1 Baum frei
5	6	3	2 Bäume frei

2. Zusatzaufgabe: Farben durchnummerieren.

Ordnungsprinzip: Zeilenweise von oben nach unten; stets zulässige Farbe mit kleinstmöglicher Nummer eintragen.

Arbeitsblatt 8

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
8.1)	Systematisches Probieren; Tabelle	Vgl. die analoge Aufgabe 7.2)
8.2)	Folgern	„Was lässt sich aus den gegebenen Größen unmittelbar berechnen?“
Z1	Systematisches Probieren; Tabelle	keine Hilfestellung
8.3)	Folgern; Tabelle bei Sachaufgaben	„Zeileneingänge? Spalteneingänge?“; vgl. analoge Aufgabe 5.4)
8.4)	„Von rückwärts her rechnen“	Probe; Vergleich mit den analogen Aufgaben 4.5) und 6.5)
Z2	Folgern; günstige Bezeichnungen	keine Hilfestellung

1. Zusatzaufgabe:

Wenn der Junge so viel Schwestern wie Brüder hat, sind es mit ihm stets 1 Junge mehr als Mädchen.

	Jungen	Mädchen	1 Mädchen hat dann		S = B : 2 ?
			Schwestern	Brüder	
	2	1	0	2	nein
	3	2	1	3	nein
	4	3	2	4	ja
	5	4	3	5	nein

2. Zusatzaufgabe: Vor dem Verkauf: $24 = 12 + 12$, also $H + G = E + P = 12$.
 Nach dem Verkauf: $H + G = 12 - 6 = 6$ und $H = 2 \cdot G$, also $H = 4$ und $G = 2$.
 Nach dem Verkauf: $H = P$, also $P = 4$, wegen $E + P = 12$ also $E = 8$.
 Da nur genau 6 Hühner verkauft wurden, gilt vor dem Verkauf $H = 4 + 6 = 10$.

Arbeitsblatt 9

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
9.1)	Folgern	Wer findet die Lösung selbständig? Wer kann hinreichend begründen?
9.2)	Übersetzen in die Sprache der Gleichungen; Folgern	Aus welcher Bedingung lässt sich unmittelbar etwas folgern? Aus welcher Bedingung lässt sich als nächstes etwas folgern? usw. Auswertung: Ausfüllen der beiden Tabellen im Arbeitsblatt.
Z1	wie bei 9.2)	wie bei 9.2
9.3)	Systematisches Probieren	Welches Ordnungsprinzip anwenden? (Lexikografisches Ordnen lohnt nicht.) Erst alle Vierecke aus 2 Dreiecken, dann alle Vierecke aus 3 Dreiecken. „Spiegelbilder“ beachten!
9.4)	Folgern Rückwärtsarbeiten	Wer findet die Lösung selbständig? Woraus ließe sich die Ankunftszeit unmittelbar berechnen? (Aus der benötigten Gesamtzeit, die sich aus der reinen Fahrzeit und der Zeit für die Pausen zusammensetzt.) Wer kann hinreichend begründen?
Z2	Begabtenfindung Folgern oder Probieren	Zunächst selbständiges Arbeiten. Wer findet am schnellsten die Lösung? Wie viele Tage müssen 5-mal vorkommen? Begründe! Welche Tage müssen 5-mal vorkommen? Begründe!

Zusatzaufgabe 1: Didaktisches Vorgehen analog zu 9.2); Bedingungen mit (a) bis (f) bezeichnen (siehe Lösungsblatt).

Man beachte: Aus (b) folgt $N = 1$ oder $K = 0$; letzteres kann wegen (c) jedoch nicht gelten.

Zusatzaufgabe 2:

1. Lösungsweg (Folgern): Wegen $31:7 = 4$ Rest 3 kommen die ersten drei Tage im Januar genau 5-mal vor, können also nur zwischen dem genau 4-mal vorkommenden Montag und Freitag liegen. Folglich ist der 1. Januar ein **Dienstag**.

2. Lösungsweg (Probieren): Der 1. Januar kann kein Montag sein, denn dann gäbe es (nicht genau 4 sondern) genau 5 Montage, nämlich noch den 8., 15., 22. und 29. Januar. Wenn der 1. Januar ein **Dienstag** ist, dann gibt es - wie gefordert - genau 4 Freitage (4., 11., 18., 25. Januar) und genau 4 Montage (7., 14., 21., 25. Januar). [Auf diese Weise wird jedoch nicht gezeigt, dass es keine weitere Lösung geben kann.]

Arbeitsblatt 10

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
10.1)	Folgern (2 Lösungswege), auch wenn syst. Probieren zum Ziel führt	Den naheliegenden Fehler „240 cm und 360 cm“ ausnützen, um die Nützlichkeit einer Probe zu demonstrieren (die aus logischer Sicht nicht erforderlich ist, weil der Aufgabe zu entnehmen ist, dass es genau eine Lösung gibt).
10.2)	Folgern	Die Analogie des Vorgehens zum Lösen der Aufgabe 10.1) hervorheben.
Z	Tabelle, Folgern	Für leistungsstarke Schüler nach 10.1) und 10.2) [im „Block“].
10.3)	Systematisches Ermitteln aller möglichen Fälle; Ordnungsprinzip	Unterscheidung zwischen (nicht zusammengesetzten) Grundvierecken und aus diesen (2 oder 3) Grundvierecken zusammengesetzten Vierecken; günstige Bezeichnungen verwenden.
10.4)	Folgern; günstige Bezeichnungen verwenden	Was lässt sich aus den (in die Sprache der Mathematik übersetzten) Bedingungen unmittelbar ableiten? Begründe! Eintragen in eine Tabelle; Probe am Text. Hinweis auf 9.2) und 9.Z1).
10.5)	Zweckmäßige Bezeichnungen; Tabelle; Folgern aus Bedingungen	Namen mit a, b, f, s und Berufe mit A, B, F, S bezeichnen. Wenn eine Zuordnung nicht zutreffen kann, dann im Feld (x;Y) ein „-“ schreiben; wenn sie (als letzte Möglichkeit) zutreffen muss, ein „+“ schreiben. Zusätzlich festhalten, aus welcher Bedingung bzw. Folgerung dies folgt. Hinweis auf 6.4) und 7.Knobeln.

Zusatzaufgabe

Hier kann folgende *Tabelle* die Aufgabenstellung übersichtlich festhalten und der Lösungsfindung dienen:

	Gänse	Hühner	zusammen	Puten	Enten	zusammen	Summe
vor Verkauf	?	?	12	?	?	12	24
nach Verkauf	?	?	(12 - 6 =) 6	?	?	12	18
nach Verkauf	2	(2·2 =) 4	6	4	(12 - 4 =) 8	12	18
vor Verkauf	2	(12 - 2 =) 10	12	4	8	12	24

Leistungsstarke Schüler sollten die Aufgabe *in die Sprache der Mathematik übersetzen* und die Begründungen so festhalten, wie in der Lösung zu Aufgabe 9.2) angegeben.

Gegeben:	Folgerungen:
(1) $(g + h) + (e + p) = 24$	Aus (1) und (2) folgt: Vorher gab es zusammen $(24:2 =) 12$ Gänse und Hühner.
(2) $g + h = e + p$	Aus (3) folgt dann: Nachher gab es zusammen $(12 - 6 =) 6$ Gänse und Hühner.
(3) $h_n = h - 6$	Aus (4) folgt dann: Nachher gab es $(2 \cdot 2 =) 4$ Hühner und 2 Gänse.
(4) $2 \cdot h_n = g$	Aus (5) folgt dann: Nachher gab es auch 4 Puten.
(5) $h_n = p$	Aus (2) folgt dann: Nachher gab es $(12 - 4 =) 8$ Enten.

Folgende Tabelle fasst die erhaltenen Anzahlen nach dem Verkauf zusammen und zeigt, wie man die gesuchten Anzahlen vor dem Verkauf erhält. Sie erleichtert auch eine *Probe am Text*.

	g	h	zus.	e	p	zus.	Summe
nach dem Verkauf	2	4	6	4	8	12	18
vor dem Verlauf	2	(4 + 6 =) 10	12	4	8	12	24

Arbeitsblatt 11

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
11.1)	Folgern mit Begründen Verwendung von <i>Variablen</i>	Was lässt sich aus welchen gegebenen Zahlen unmittelbar berechnen? Begründe!
11.2)	Systematisches <i>Probieren</i> oder <i>inhaltliches Schließen</i> <i>Analogie</i> zu 10.1) und 10.2)	Erläuterung, warum man von den vielen auf dem Konzeptpapier stehenden Probierversuchen nur drei Zeilen notieren muss. Auch wenn das Ergebnis durch inhaltliches Schließen gefunden wurde, ist diese Darstellung statthaft. Hinweis auf 8.1).
11.3)	Systematisches <i>Probieren</i>	Teil c) als <i>Zusatzaufgabe</i> für Leistungsstarke; verwendetes „ <i>Ordnungsprinzip</i> “ beim systematischen Probieren hervorheben (der Größe nach; erst Vierecksart, dann der Größe nach).
11.4)	<i>Mengendiagramm</i> als heuristisches Hilfsmittel einführen	Herausfinden, welche Schüler auch ohne ein Mengendiagramm die Lösung finden. Bedeutung für die Veranschaulichung solcher Sachverhalte hervorheben. Notwendige Begründungen mündlich anhand des Mengendiagramms.

11.5)	Tabellen als Hilfsmittel zum Finden des Lösungswegs und zum Darstellen der Lösung Analogie zu 8.3)	Wenn ein Schüler auch ohne Verwendung einer Tabelle die Lösung findet, dann soll er erkennen, dass die Tabelle auch für die Darstellung einer Lösung nützlich ist. Notwendige Begründungen in Form von „Nebenrechnungen“ festhalten.
-------	---	--

Arbeitsblatt 12

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
12.1)	Folgern, analog zu 11.1)	Welches Feld liefert die meisten Informationen und kann daher als erstes gefüllt werden? Welches Feld lässt sich danach füllen; usw.? Begründungen mündlich; Unterschied zwischen „ein“ und „genau ein“. 1c*) als Zusatzaufgabe stellen
12.2)	Erkennen einer <i>Gesetzmäßigkeit</i>	Nachweis verlangen, dass die angegebene Gesetzmäßigkeit tatsächlich für alle Glieder der Folge (außer dem ersten) gilt.
12.3)	<i>Systematisches Probieren</i> Tabelle; Analogie zu 11.2)	Leistungsstarke Schüler sollte man ermutigen, auch eine Lösung durch Folgern zu finden.
Z	Folgern und syst. Probieren	Nur für Schüler bestimmt, die 12.1), 12.2) und 12.3) bereits gelöst haben.
12.4)	Analogie zu 11.4)	Schüler sollen das Mengendiagramm selbst zeichnen.
12.5)	Findigkeit	Wer findet am schnellsten eine Lösung? Hölzchen zum Legen bereitstellen

Zusatzaufgabe

Bezeichnet man die Hunderterstelle und die Zehnerstelle der dreistelligen Zahl mit H bzw. Z, dann erhält man das nebenstehende Kryptogramm, das durch *systematisches Probieren* gelöst werden kann.

	H	Z	0	Z	H	x	s	s = 62E ?
+		H	Z	6	6	660	726	nein
				7	5	570	627	ja
	6	2	E	8	4	480	528	nein

Arbeitsblatt 13

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
13.1)	Folgern mit Begründen; analog zu 11.1), 12.1)	Wie bei Aufgabe 12.1). Die Aufgaben 1c*) und 1d*) als Zusatzaufgaben stellen, die erst gelöst werden sollen, wenn 2) und 3) gelöst sind. <i>Hilfsspalte</i> einführen.
13.2)	Folgern; Tabelle; analog zu 11.2)	Spalteneingänge so wählen, das die gegebenen Größen eingetragen werden können und Felder für die gesuchten Größen entstehen.
13.3)	Folgern; u.U. Skizze	Günstige Veranschaulichung?
Z	Analogie zu 12.Z)	Wie bei Aufgabe 12.Z)
13.4)	„Findigkeit“	Wie entsteht ein Quadrat aus anderen Quadraten?
13.5)	<i>Gesetzmäßigkeit</i> entdecken; <i>systematisches Erfassen</i> aller Möglichkeiten	Ordnungsprinzip für die Summanden ? (der Größe nach) Wie entsteht eine Zeile der Tabelle aus der vorhergehenden Zeile?

Zusatzaufgabe (analog zur Zusatzaufgabe des Arbeitsblattes 12)

	H	0	E	Man erkennt, dass nur für H = 8 die Subtraktionsaufgabe richtig gelöst sein kann und dass sie dann für jede Ziffer E richtig gelöst ist. Folglich gibt es für die dreistellige Zahl die 10 Möglichkeiten 800, 801, 802, ..., 809.
-		H	E	
	7	2	0	

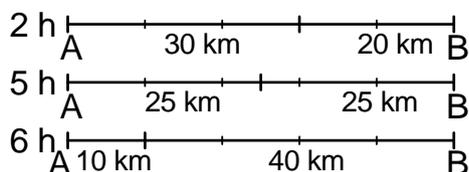
Arbeitsblatt 14

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
14.1)	Folgern, analog zu 11.1) -13.1)	Wie bei Aufgabe 12.1)
14.2)	Erkennen einer <i>Gesetzmäßigkeit</i> ; analog zu 12.2)	Nachweis verlangen, dass die angegebene Gesetzmäßigkeit tatsächlich für alle Glieder der Folge (außer dem ersten) gilt.
14.3)	Folgern, Skizze	Begründung verlangen.
Z1	Gleichungen; Folgeern	Lösungsgraphen verwenden
14.4)	„Findigkeit“	U.U. Würfelnetz basteln lassen; Begründung verlangen.
14.5)	Folgern; Skizze	Begründungen verlangen.
Z2	Analogie zu 14.5);	Selbständige Arbeit

Zusatzaufgabe 1): Sei a, b, c das Alter der drei Bäume. „Übersetzen in die Sprache der Gleichungen“. Inhaltliches Folgern kann durch einen Lösungsgraphen festgehalten werden.

$$\begin{array}{l}
 (a + b) = 41 \\
 (a + b) + c = 100 \\
 a + c = 96
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \rightarrow 41 + c = 100 \rightarrow c = 59 \\
 \rightarrow 96 + b = 100 \rightarrow b = 4
 \end{array}
 \rightarrow a + 4 + 59 = 100 \rightarrow a = 37$$

Zusatzaufgabe 2)



Wegen $6 \cdot 15 \text{ km} = 90 \text{ km} = 50 \text{ km} + 40 \text{ km}$ befindet sich der Junge aus A nach 6 Stunden (nach dem Wenden in B) 10 km von A entfernt.

Wegen $6 \cdot 10 \text{ km} = 60 \text{ km} = 50 \text{ km} + 10 \text{ km}$ befindet sich der Junge aus B nach 6 Stunden (nach dem Wenden in A) ebenfalls 10 km von A entfernt.

Arbeitsblatt 15

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
15.1)	Folgern, analog zu 11.1) -14.1) Fallunterscheidung	Wie bei Aufgabe 12.1). Die Aufgabe 1c*) als Zusatzaufgabe stellen, die erst gelöst werden soll, wenn 2) und 3) gelöst sind.
15.2)	Folgern, u.U. Skizze	Begründungen verlangen.
15.3)	„Findigkeit“	Resultat nicht vorzeitig verraten lassen.
Z	Tabelle bei Sachaufgaben	zunächst keine Hilfestellung
15.4)	Folgern, Skizze, u.U. Variable und Gleichung	zunächst keine Hilfestellung
15.5)	„Findigkeit“	„Hölzchen“ dürfen verwendet werden. Wer schafft es ohne Hilfsmittel?

Zusatzaufgabe

	Etappenlänge	Anz. Etappen	Pausendauer	Anz. Pausen	Pausenzeit gesamt
Schnecke A	5 cm	20	5 s	19	$(19 \cdot 5 \text{ s} =) \mathbf{95 \text{ s}}$
Schnecke B	10 cm	10	12 s	9	$(9 \cdot 12 \text{ s} =) \mathbf{108 \text{ s}}$
Schnecke C	20 cm	5	25 s	4	$(4 \cdot 25 \text{ s} =) \mathbf{100 \text{ s}}$

Es gewinnt die Schnecke mit der wenigsten Pausenzeit. Reihenfolge des Einlaufs: A - C - B

Arbeitsblatt 16

Aufg.	Zielstellung	didaktisches Vorgehen
16.1)	Folgern, analog zu 11.1) -15.1)	Wie bei Aufgabe 12.1). Die Aufgaben 1b*) und 1c*) als Zusatzaufgaben stellen, die erst gelöst werden sollen, wenn 2) und 3) gelöst sind. <i>Hilfsspalte</i> einführen.
16.2)	Folgern	Begründungen verlangen.
16.3)	Systematisches Probieren	U.U. Pappscheiben zur Veranschaulichung verwenden. Wer schafft es ohne Hilfsmittel?
Z	Folgern	zunächst keine Hilfestellung
16.4)	Mengendiagramm; analog zu 11.4), 12.4)	Zusammenfassung zum Verwenden von Mengendiagrammen.
16.5)	Folgern (Vorwärtsarbeiten)	„Aus welcher Gleichung lässt sich eine der gesuchten Zahlen sofort ermitteln? Bezeichne diese Gleichung mit (1)“; usw. „Warum wurde $B = 0$ ausgeschlossen?“ [Aus $B = 0$ würde $L = 0$ folgen, L kommt aber als Divisor vor.]

Zusatzaufgabe

Die nächste „Spiegelzahl“ nach 15951 ist 16061. Es gilt $16061 - 15951 = 110$. Wenn man nach genau 2 Stunden den Kilometerstand 16061 erreichen will, muss man daher in einer Stunde $(110 : 2 =) 55 \text{ km}$ zurücklegen.